TRANSMİSYON BORULARI

PROBLEM 1: Mükemmel iletkenden yapılmış içi boş bir dikdörtgen kesitli dalga klavuzunda boru ekseni z-ekseni olmak üzere harmonik manyetik alan bileşenleri;

$$H_x = -H_0 \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)\cos\left(\frac{\pi}{2}y\right)e^{-j\beta z} \qquad H_y = H_0 \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)\sin\left(\frac{\pi}{2}y\right)e^{-j\beta z} \qquad H_z = 0$$

şeklinde verildiğine göre, çalışma modunu tayin ederek, dalga kılavuzunun boyutlarını dalgaboyu cinsinden bulunuz.

ÇÖZÜM 1: Soruda verilen manyetik alan bileşenlerinden m = n = 1, a = b ve $H_z = 0$ olduğu kolayca anlaşılabilir. Bu durumda dalga klavuzunun çalışma modu TM_{11} modudur. Böylece ;

$$f_{11} < f < f_{21} \qquad f_{11} = \frac{1}{2\sqrt{\varepsilon\mu}}\sqrt{\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}} = \frac{v}{\sqrt{2}a} \qquad f_{21} = \frac{\sqrt{5}v}{2a} \qquad \frac{1}{\sqrt{2}}\lambda < a < \frac{\sqrt{5}}{2}\lambda$$

bulunur.

PROBLEM 2: İçi boş olan 5 cm. yarıçaplı bir dairesel silindirik transmisyon borusunda dominant TE modunun iletilebilmesi için,

a) Kesim frekansını
b) Çalışma frekansı 3 GHz ise borudaki dalgaboyunu,
c) Borudaki dalga empedansını hesaplayınız.

m \ n	0	1	2
1	3.832	1.841	3.054
2	7.016	5.331	6.706
3	10173	8.536	9.969

ÇÖZÜM 2: Dominant mod TE_{11} olduğundan, m = 1, n = 1'dir. Böylece,

$$k_c.a = p'_{mn} = 1.841$$

$$k_c = 36.82$$

ve kesim frekansı

$$f_c = \frac{k_c}{2\pi\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} = \frac{(36.82)(3.10^8)}{2\pi} = 1.758GHz$$

bulunur.

b) $$\beta = \sqrt{k^2 - k_c^2} = \sqrt{\frac{w^2}{c^2} - k_c^2} = \sqrt{\frac{[(2\pi).(3.10^9)]^2}{(3.10^8)^2} - (36.82)^2}$$

$$\beta = 50.9 \;\; rad/m$$

$$\lambda_g = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{6.28}{50.9} = 12.3 \;\; cm$$

c) $$Z_{TE} = \frac{\omega\mu_0}{\beta} = \frac{(2\pi \cdot 3 \cdot 10^9)(4\pi \cdot 10^{-7})}{50.9} = 465 \;\; \Omega$$

PROBLEM 3: %25 güvenlik faktörü ile 10 GHz' de TE_{10} modunda çalışacak olan için boş dikdörtgen kesitli dalga kılavuzunu tasarlayınız. Bu durumda, bir sonraki yüksek kesimli modun kendi kesim frekansının %25 aşağısında çalışması gerekmektedir.

ÇÖZÜM 3: TE_{10} modu için kesim frekansı,

$$f_{10} = \frac{c}{2a}$$

olduğundan, a boyutunun alt sınırı,

$$a = \frac{c}{2f_{10}} = \frac{3.10^{10}}{2.10^{10}} = 1.5 \;\; cm$$

dir. Üst sınır ise, $f \geq 1.25 f_{10}$ şartından,

$$a \leq \frac{1.25c}{2f_{10}} = \frac{1.25 \cdot 3 \cdot 10^{10}}{2 \cdot 10^{10}} = 1.875 \;\; cm$$

bulunur. Böylece;

$$1.5\, cm \leq a \leq 1.875\, cm$$

olur. Bir sonraki mod TE_{01}'dir.Benzer şekilde ,

$$f_{01} = \frac{c}{2b}$$

ve

$$f \leq 0.75 f_{01} = 0.75 \frac{c}{2b}$$

eşitliğinden,

$$b \leq \frac{0.75c}{2f_{01}} = 1.125 \;\; cm$$

olmalıdır. Eğer a'nın üst sınırı a = 1.875 cm ise, b = 1.125 cm seçilir. Bir sonraki mod TE_{11} ise, o zaman kesim frekansı 15.52 GHz olacaktır.

PROBLEM 4: 3 GHz ve 6 GHz'de uyarılan ve kesit alanı 4x7 cm^2 olan diktörtgen kesitli transmisyon borusunda yayılabilecek modları belirleyiniz.

ÇÖZÜM 4: Borunun içi hava ise kesim frekansı,

$$f_{mn} = \frac{c}{2}\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{a}\right)^2}$$

dir. Bu durumda kesim frekansları f_{mn} nin aşağısında kesim frekansına sahip olan modlar iletilemez. Bu yüzden, f_{mn}=3.10^9 Hz için,

$$3.10^9 > \frac{3.10^{10}}{2}\sqrt{\left(\frac{m}{7}\right)^2 + \left(\frac{n}{4}\right)^2}$$

veya,

$$\sqrt{\left(\frac{m}{7}\right)^2 + \left(\frac{n}{4}\right)^2} < \frac{6.10^9}{3.10^{10}}$$

olur. Her iki tarafın karesi alınarak,

$$\frac{m^2}{49} + \frac{n^2}{16} < 0.04$$

$$16m^2 + 49n^2 < 31.4$$

bulunur. Bu durumda eğer m=1, n=0 ise iletim olabilir. Bu yüzden sadece TE_{10} modunun iletilmesi mümkündür. TM dalgaları için dominat mod TM_{11} olduğundan, 3 GHz de TM dalgaları iletilmez. 6 GHz'de ise,

$$16m^2 + 49n^2 < 125.5$$

dir. Bu yüzden iletilebilecek modlar TE_{10}, $TE_{01,}$ TE_{11}, TE_{20} ve TM_{11}, TM_{20}, TM_{21} şeklinde belirlenir.

PROBLEM 5: 4.5x3 cm^2 ve 5.5x3 cm^2 kesitlerine sahip iki dikdörtgen kesitli transmisyon borusu kaskat olarak bağlanmaktadır. Her iki borunun da dominant mod için aynı kesim frekansına sahip olmasını sağlamak amacı ile,

a) Hangi borunun içini bağıl dielektrik katsayısı boşluğunkinden farklı bir madde ile doldurmak gerekir ve bağıl dielektrik sabiti ne olmalıdır?
b) Her iki boruda da, sadece dominant modun yayıldığı frekans bandını bulunuz.
c) Bu durumda her iki borunun dalga empedansları ve faz sabitleri arasındaki oran ne olacaktır? (TE modu uyarılmakta ve a<2b için ikinci dominant mod TE_{01} alınacaktır.)

ÇÖZÜM 5: a_1 = 4.5 cm, b_1 =3cm, a_2=5.5 cm, b_2 =3 cm.

a) TE modu için dominant mod TE_{10} modudur. Boruların içi boş iken kesim frekansları,

1. Boru. $f_{c1} = \frac{c}{2}\sqrt{(\frac{m}{a_1})^2 + (\frac{n}{b_1})^2} = \frac{c}{2a_1} = 3.333$ GHz.

2. Boru. $f_{c2} = \frac{c}{2}\sqrt{(\frac{m}{a_1})^2 + (\frac{n}{b_1})^2} = \frac{c}{2a_2} = 2.727\ GHz$

Dikdörtgen kesitli transmisyon borusunda kesim frekansı,

$$f_c = \frac{c}{2\sqrt{\varepsilon_r}}\sqrt{(\frac{m}{a})^2 + (\frac{n}{b})^2}$$

ile verildiğinden, kesim frekansını düşürmek için borunun içini dielektrik madde ile doldurmak gerekir. Bu nedenle, bu problemde birinci borunun içi dielektrik madde ile doldurulmalıdır. Yani,

$$f'_{c1} = \frac{c}{2\sqrt{\varepsilon_r}\,a_1} = \frac{c}{2a_2} = f''_{c2}$$

olmalıdır. Böylece,

$$\sqrt{\varepsilon_r} = \frac{a_2}{a_1} \qquad \varepsilon_r = (\frac{a_2}{a_1})^2 = (1.2)^2 \cong 1.494$$

olmalıdır.

b) Her iki borunun dominant modu için kesim frekansları aynı ve a<2b olduğundan 2. mod TE_{01}'dir. Böylece,

$$f'_{c1} = f_{c2} = 2.727 GHz$$

ve

$$f''_{c1} = \frac{c}{2\sqrt{\varepsilon_r}\,b_1} = 4.091 GHz$$

$$f''_{c2} = \frac{c}{2b_2} = 5 GHz$$

olur. Böylece, her iki boruda da sadece dominant modun yayıldığı frekans aralığı,

$$2.727 GHz \le f \le 4.091 GHz$$

şeklinde belirlenir.

c) TE_{10} modunda çalışan dikdörtgen kesitli boruda faz sabiti,

$$\beta = \sqrt{k^2 - k_c^2} = k\sqrt{1-(k_c/k)^2}$$

dir. Birinci boruda,

$$k_1 = \frac{w}{v_1} = \frac{w\sqrt{\varepsilon_r}}{c} \qquad k_{c1} = \frac{w'_{c1}}{v_1}$$

$$\frac{k_{c1}}{k_1} = \frac{w'_{c1}}{w}$$

$$\beta_1 = \frac{w\sqrt{\varepsilon_r}}{c}\sqrt{1-(w'_{c1}/w)^2}$$

olur. İkinci boruda ise, $f'_{c1} = f_{c2} = 2.727GHz$ olduğundan,

$$k_2 = \frac{w}{v_2} = \frac{w}{c} \qquad k_{c2} = \frac{w_{c2}}{v_2} = \frac{w_{c2}}{c} = \frac{w'_{c1}}{c}$$

$$\frac{k_{c2}}{k_2} = \frac{w'_{c1}}{c}\cdot\frac{c}{w} = \frac{w'_{c1}}{w}$$

$$\beta_2 = \frac{w}{c}\sqrt{1-(w'_{c1}/w)^2}$$

ve dolayısıyla,

$$\frac{\beta_1}{\beta_2} = \sqrt{\varepsilon_r} = 1.22$$

bulunur. Empedansların oranı da,

$$\frac{Z_{01}}{Z_{02}} = \frac{\beta_2}{\beta_1} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r}} = 0.818$$

olur.

PROBLEM 6: Dikdörtgen kesitli bir transmisyon borusunda TM modu için alan bileşenlerini, yayılma sabitini, kesim frekansını ve dalga empedansını bularak, kesim frekansından daha büyük ve daha küçük çalışma frekansları için sonuçları değerlendiriniz.

ÇÖZÜM 6:

$$\nabla x\vec{E} = -jw\mu\vec{H} \qquad \nabla x\vec{H} = jw\varepsilon\vec{E}$$

$$\nabla^2\vec{E} + k^2\vec{E} = 0 \qquad k = w\sqrt{\varepsilon\mu}$$

denklemlerinden,

$$E_z(x,y,z) = E_{oz}(x,y)e^{-\gamma z}$$

$$\nabla^2 E_z + k^2 E_z = 0 \qquad \frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} + k^2 E_z = 0$$

$$\frac{\partial^2 E_{oz}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_{oz}}{\partial y^2} + (k^2 + \gamma^2)E_{oz} = 0 \qquad E_{oz}(x,y) = R(x)F(y)$$

$$\frac{d^2 R(x)}{dx^2} + k_x^2 R(x) = 0 \quad \frac{d^2 F(y)}{dy^2} + k_y^2 F(y) = 0 \quad k_x^2 + k_y^2 = k^2 + \gamma^2$$

yazılabilir. Burada,

$$E_z(0,y,z) = E_z(a,y,z) = 0 \qquad E_z(x,0,z) = E_z(x,b,z) = 0$$

şeklindeki sınır şartlarının sağlanması gerekir. Yukarıda verilen diferansiyel denklemlerin çözümü,

$$R(x) = A_m \sin k_x x + B_m \cos k_x x \quad F(y) = C_n \sin k_y y + D_n \cos k_y y$$

şeklindedir. Sınır şartları uygulanarak, B_m=0 , D_n=0 ve

$$k_x = \frac{m\pi}{a} \qquad k_y = \frac{n\pi}{b} \qquad \text{m = 1,2,3,......} \qquad \text{n = 1,2,3,......}$$

olur. Bu durumda,

$$E_z(x,y,z) = \sum_m \sum_n E_{mn} \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right)\sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right)e^{-\gamma z}$$

elde edilir. Burada yayılma sabiti

$$\gamma = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 - w^2\varepsilon\mu}$$

şeklinde elde edilir. Diğer alan bileşenleri ve kesim frekansı,

$$E_x = \frac{-\gamma}{k^2+\gamma^2}\frac{\partial E_z}{\partial x} \;, \qquad E_y = \frac{-\gamma}{k^2+\gamma^2}\frac{\partial E_z}{\partial y} \;,$$

$$H_x = \frac{jw\varepsilon}{k^2+\gamma^2}\frac{\partial E_Z}{\partial y}, \qquad H_y = \frac{-jw\varepsilon}{k^2+\gamma^2}\frac{\partial E_Z}{\partial x}, \qquad H_Z = 0$$

$$f_c = \frac{1}{2\pi\sqrt{\varepsilon\mu}}\sqrt{(\frac{m\pi}{a})^2 + (\frac{n\pi}{b})^2} \quad \gamma = k_c\sqrt{1-(f/f_c)^2}$$

olur.

a) Kesim frekansından büyük çalışma frekansları ($f>f_c$) için, $k^2 > k_c^2$ dir ve

$$\gamma = j\beta = k\sqrt{1-(f_c/f)^2}$$

$$\lambda_g = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{\lambda}{\sqrt{1-(f_c/f)^2}} \qquad \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{v}{f} \quad v_f = \frac{w}{\beta} = \frac{v}{\sqrt{1-(f_c/f)^2}}$$

$$v_g = \frac{1}{d\beta / dw} = v\sqrt{1-(f_c/f)^2}$$

$$Z_{TM} = \frac{E_x}{H_y} = -\frac{E_y}{H_x} = \frac{\gamma}{jw\varepsilon} = \eta\sqrt{1-(f_c/f)^2} \qquad \eta = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} = 120\pi$$

elde edilir.

b) Çalışma frekansının kesim frekansından küçük ($f<f_c$) olduğu durumlarda ise, $k^2 < k_c^2$ dir ve

$$\gamma = \alpha = k_0\sqrt{1-(f/f_c)^2}$$

$$Z_{TM} = -j\frac{k_c}{w\varepsilon}\sqrt{1-(f/f_c)^2}$$

yazılabilir.

PROBLEM 7:

a) 1x10 cm. kesitli dikdörtgen bir dalga klavuzu 2 GHz'de kullanılmaktadır. En düşük kesim frekanslı TE modu için faz hızı nedir?

b) Bir kenarı 10 cm. olan kare kesitli dalga klavuzunda, 8 cm'den daha büyük dalgaboyunda yayılan modları sıralayınız.

ÇÖZÜM 7: a) a x b = 1 x 10 cm'dir. Bu durumda b>a olduğundan, dominant mod TE_{01}'dir. Böylece,

$$f_{01} = \frac{c}{2}\sqrt{(\frac{m}{a})^2 + (\frac{n}{b})^2} = \frac{c}{2b}$$

$$\lambda_g = \frac{c}{f_{01}} = c\frac{2b}{c} = 2b = 20\ cm$$

$$\lambda_0 = \frac{c}{f} = \frac{3.10^{10}}{2.10^9} = 15\,cm$$

$$v_f = \frac{c}{\sqrt{1-\left(\frac{\lambda_0}{\lambda_c}\right)^2}} = \frac{3.10^{10}}{\sqrt{1-\left(\frac{15}{20}\right)^2}} = 4.54.10^8\ \ m/sn$$

elde edilir.

b) a x a = 10 x 10 cm, a=b=10cm ve $\lambda_c = 8cm$ olduğundan yayılan modların dalgaboyları,

$$f_{mn} = \frac{c}{2}\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2} \qquad f_{mn} = \frac{c}{20}\sqrt{m^2+n^2}$$

$$\lambda_{mn} = \frac{20}{\sqrt{m^2 + n^2}}$$

$\lambda_{10} = 20\ cm$, $\lambda_{01} = 20\ cm$, $\lambda_{11} = 14.14\ cm$, $\lambda_{21} = 8.94\ cm$, $\lambda_{12} = 8.94\ cm$, $\lambda_{22} = 7.07\ cm$.

olur. Böylece iletilen modlar;

TE_{10}, TE_{01}, TE_{11}, TM_{11}, TE_{12}, TE_{21}, TM_{12}, TM_{21}

şeklinde belirlenir.

PROBLEM 8: Dikdörtgen kesitli bir transmisyon borusunda TE modu için alan bileşenlerini, propagasyon sabitini, kesim frekansını ve dalga empedansını bularak, kesim frekansından daha büyük ve daha küçük çalışma frekansları için sonuçları değerlendiriniz.

ÇÖZÜM 8: TE modu için, $E_Z = 0$, $H_Z \neq 0$ olduğundan,

$$\nabla^2 H_Z + k^2 H_Z = 0 \qquad H_z = (x, y, z) = H_{0z}(x, y)e^{-\gamma z}$$

$$\frac{\partial^2 H_{0z}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_{0z}}{\partial y^2} + (k^2 + \gamma^2)H_{0z} = 0 \qquad k^2 + \gamma^2 = k_x^2 + k_y^2$$

yazılabilir. Sınır şartları,

$$\frac{\partial H_{0z}}{\partial x}\Big|_{x=0} = \frac{\partial H_{0z}}{\partial x}\Big|_{x=a} = 0, \qquad \frac{\partial H_{0z}}{\partial y}\Big|_{y=0} = \frac{\partial H_{0z}}{\partial y}\Big|_{y=b} = 0$$

şeklindedir. Burada,

$$H_{0z}(x, y) = R(x)F(y)$$

$$\frac{d^2 R}{dx^2} + kx^2 R = 0 \qquad R(x) = A_m \sin k_x x + B_m \cos k_x x$$

$$\frac{d^2 F}{dy^2} + ky^2 F = 0 \qquad F(y) = C_n \sin k_y y + D_n \cos k_y y$$

yazılabilir. Sınır şartlarından,

$A_m=0$, $C_n=0$, $k_x = \frac{m\pi}{a}$, $k_y = \frac{n\pi}{a}$ m = 1, 2 ,3 .... n = 1,2,3....

elde edilir. Böylece ,

$$H_z(x, y, z) = \sum_m \sum_n \left(\frac{jw\mu}{k^2 + \gamma^2}\right) H_{mn} Cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) Sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) e^{-\gamma z}$$

$$E_x = \frac{-jw\mu}{k^2 + \gamma^2}\frac{\partial H_z}{\partial y} = \sum_m \sum_n \left(\frac{jw\mu}{k^2 + \gamma^2}\right)\left(\frac{n\pi}{b}\right) H_{mn} Cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) Sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) e^{-\gamma z}$$

$$E_y = \frac{jw\mu}{k^2 + \gamma^2}\frac{\partial H_z}{\partial x} = \sum_m \sum_m \left(\frac{-jw\mu}{k^2 + \gamma^2}\right)\left(\frac{n\pi}{a}\right) H_{mn} Sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) Cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) e^{-\gamma z}$$

$$E_z = 0$$

$$H_x = \frac{-\gamma}{k^2+\gamma^2}\frac{\partial H_z}{\partial x} = \sum_m \sum_n (\frac{\gamma}{k^2+\gamma^2})(\frac{m\pi}{a})H_{mn} Sin(\frac{m\pi}{a}x)Cos(\frac{n\pi}{b}y)e^{-\gamma z}$$

$$H_y = \frac{-\gamma}{k^2+\gamma^2}\frac{\partial H_z}{\partial y} = \sum_m \sum_n (\frac{\gamma}{k^2+\gamma^2})(\frac{m\pi}{b})H_{mn} Cos(\frac{m\pi}{a}x)Sin(\frac{n\pi}{b}y)e^{-\gamma z}$$

$$\gamma = \sqrt{(\frac{m\pi}{a})^2 + (\frac{n\pi}{b})^2 - k^2} \qquad f_c = \frac{1}{2\pi\sqrt{\varepsilon\mu}}\sqrt{(\frac{m\pi}{a})^2 + (\frac{n\pi}{b})^2}$$

elde edilir. a>b için dominant mod TE_{10}'dır ve

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}} \qquad f_{10} = \frac{c}{2a} \qquad \lambda_{10} = 2a$$

$$Z_{TE} = \frac{E_x}{H_y} = -\frac{E_y}{H_X} = \frac{jw\mu}{\gamma}$$

elde edilir. Yayılma sabiti γ ve dalga empedansı Z_{TE} için,

f>f_c $\quad \gamma = j\beta = \sqrt{k_c^2 + k^2} = jk\sqrt{1-(f_c/f)^2} \qquad Z_{TE} = \frac{\eta}{\sqrt{1-(f_c/f)^2}}$ (Saf rezistif)

f<f_c $\quad \gamma = \alpha = k_c\sqrt{1-(f/f_c)^2} \qquad Z_{TE} = \frac{jw\mu}{k_c\sqrt{1-(f/f_c)^2}}$ (Saf reaktif)

yazılabilir.

PROBLEM 9: Elektrik ve magnetik alanları TE_{10} modunda

$$E_x = E_z = H_y = 0\,, \qquad E_y = E_{0y}\sin\frac{\pi x}{a}e^{-j\beta z}$$

$$H_x = H_{0x}\sin\frac{\pi x}{a}e^{-j\beta z} \qquad H_z = H_{0z}\cos\frac{\pi x}{a}e^{-j\beta z}$$

şeklinde olan dikdörtgen kesitli transmisyon borusu f=5 GHz'de kullanılacaktır. f_c=0.8f ve (a/b)=2'dir. Borudan iletilen ortalama güç 1kW olduğuna göre, elektrik ve magnetik alan şiddetinin genliğini bulunuz.

ÇÖZÜM 9: Verilen alan ifadelerinden,

$$\vec{P} = \frac{1}{2}\oiint_S (\vec{E}x\vec{H}^*).d\vec{s} = \frac{1}{2}\int_0^a\int_0^b E_{0y}H_{0x}^* \sin^2\frac{\pi x}{a}dxdy$$

yazılabilir. Burada $H_{0x} = -E_{0y}/Z_{TE}$ ve b = a/2olduğundan,

$$\vec{P} = \hat{z}\frac{ab}{4}\frac{|E_{0y}|^2}{Z_{TE}} = \hat{z}\frac{a^2}{8}\frac{|E_{0y}|^2}{Z_{TE}}$$

elde edilir. Burada,

$$\beta = \sqrt{(\frac{2\pi f}{c})^2 - (\frac{\pi}{a})^2}\ , \qquad \beta = 20\pi = 62.832\ rad/m$$

$$f_c = \frac{c}{2}\sqrt{(\frac{m}{a})^2 + (\frac{n}{b})^2}$$

$$f_{10} = 0.8f = \frac{3\cdot 10^8}{2a} \qquad a = 0.0375\,m = 3.75\ cm$$

$$\frac{a}{b} = 2 \qquad b = 1.875\ cm$$

ve

$$Z_{TE} = \frac{w\mu_0}{\beta} = \frac{2\pi f\mu_0}{20\pi} = \frac{2\pi\cdot 5\cdot 10^9\cdot 4\pi\cdot 10^{-7}}{20\pi} = 200\pi = 628.32\ \text{ohm}$$

dur. Böylece;

$$P = 10^3 = \frac{a^2}{8}\frac{|E_{0y}|^2}{Z_{TE}} = \frac{(0.0375)^2}{8}\frac{|E_{oy}|^2}{200\pi}$$

$$E_{0y} \cong 59{,}787 kV/m$$

$$H_{0x} \cong 95{,}153 A/m$$

bulunur.

PROBLEM 10: 30 GHz' de kullanılacak olan dikdörtgen kesitli bir transmisyon borusunda dominant TE_{10} modunun alan bileşenleri ;

$$E_x = 0, \qquad E_y = E_{0y}\sin\frac{\pi x}{a}e^{-j\beta z}, \qquad E_z = 0$$

$$H_x = H_{0x}\sin\frac{\pi x}{a}e^{-j\beta z}, \qquad H_y = 0,, \qquad H_z = H_{0z}\cos\frac{\pi x}{a}e^{-j\beta z}$$

şeklinde verilmektedir. İçi boşluk olan (2x1) cm^2 kesitli transmisyon borusunda 373 W'lık güç iletildiğine göre mevcut olan elektrik alan bileşeninin genliğinin değerini hesaplayınız.

ÇÖZÜM 10: Boruda z-yönünde iletilen güç ,

$$\vec{P} = R_e\left[\frac{1}{2}\int_0^b\int_0^a\left(\vec{E}x\vec{H}^*\right)dxdy\right]$$

$$\vec{P}=\frac{1}{2}\int_0^b\int_0^a\left[\left(\hat{y}E_{0y}\sin\frac{\pi x}{a}e^{-j\beta z}\right)x\left(\hat{x}H_{0x}\sin\frac{\pi x}{a}e^{j\beta z}\right)\right]dxdy$$

$$\vec{P}=\hat{z}\frac{1}{2}\left|E_{0y}\right|\left|H_{0x}\right|\int_0^b\int_0^a\sin^2\frac{\pi x}{a}dxdy$$

$$\vec{P}=\hat{z}\frac{1}{4}ab\left|E_{0y}\right|\left|H_{0x}\right|$$

dir. Burada E_{0y} ve H_{0x} genlikleri arasında ,

$$Z_{TE}=\frac{\left|E_{0y}\right|}{\left|H_{0x}\right|}\Rightarrow\left|H_{0x}\right|=\frac{\left|E_{0y}\right|}{Z_{TE}}$$

bağıntısı olduğundan,

$$P=\frac{1}{4}ab\frac{E_{0y}{}^2}{Z_{TE}},\qquad Z_{TE}=\frac{w\mu_0}{\beta}$$

elde edilir. Burada ;

$$\beta=\sqrt{k^2-\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2-\left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}=\sqrt{w^2\varepsilon_0\mu_0-\left(\frac{\pi}{a}\right)^2}$$

$$\beta=\pi\sqrt{\left(\frac{2f}{c}\right)^2-\left(\frac{1}{a}\right)^2}$$

$$\beta=\pi\sqrt{\left(\frac{2.3\cdot10^{10}}{3\cdot10^8}\right)^2-\left(\frac{1}{4.10^{-4}}\right)}=193.5\pi=608.81\ rad/m$$

dir. Böylece elektrik alanın genliği,

$$P=373=\frac{1}{4}E_{0y}{}^2\frac{193.5\pi(10^2)(2\cdot10^{-2})}{2\pi(3\cdot10^{10})(4\pi\cdot10^7)}\qquad E_{0y}=5387\ kV/m$$

şeklinde bulunur.

PROBLEM 11: Çapı 4 cm olan dairesel-silindirik transmisyon borusunda TE_{11} modunda 10 GHz'lik bir işaret yayıldığına göre, kesim dalga boyunu, borudaki dalga boyunu ve karakteristik dalga empedansını bulunuz. $\left((\alpha_1^1)'=1.84\right)$

ÇÖZÜM 11:

$$\lambda=\frac{c}{f}=\frac{3.10^8}{10^{10}}=3\ cm$$

$$\lambda_c = \frac{2\pi a}{\left(\alpha_m^n\right)'} = \frac{2\pi \cdot 2}{1.84} = 6.83 \ cm$$

$$\lambda_b = \frac{\lambda}{\sqrt{1-(\lambda/\lambda_c)^2}} = \frac{3}{\sqrt{1-(3/6.83)^2}} = 3.34cm$$

$$Z_{TE_{11}} = \frac{\eta}{\sqrt{1-(\lambda/\lambda_c)^2}} = \frac{377}{\sqrt{1-(3/6.83)^2}} = 420\Omega$$

PROBLEM 12: 6 GHz' de kullanılacak olan içi boş dikdörtgen kesitli transmisyon borusunda sadece dominant modun yayılabilmesi için borunun a boyutu hangi değerler arasında olmalıdır ?

ÇÖZÜM 12: Sadece dominant modun yayılabilmesi için , $f_{10} < f < f_{20}$ olmalıdır. Böylece,

$$f_c = \frac{c}{2}\sqrt{\left(\frac{m}{2}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}$$

eşitliğinden,

$$f_{10} = \frac{c}{2a} \ , \qquad f_{20} = \frac{c}{a}$$

$$\frac{1}{2}\frac{3.10^8}{a} < 6.10^9 < \frac{3.10^8}{a}$$

$$\frac{1}{2}\frac{3.10^8}{6.10^9} < a < \frac{3.10^8}{6.10^9}$$

2.5cm < a < 5cm bulunur.

PROBLEM 13: Dikdörtgen kesitli mükemmel iletken cidarlı ve içi boşluk olan bir transmisyon borusunda boru ekseni z- olmak üzere harmonik manyetik alan bileşenleri,

$$H_x = -H_0 \sin\left(\frac{\pi}{2}a\right)\cos\left(\frac{\pi}{2}y\right)e^{-j\beta z}$$

$$H_y = H_0 \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)\sin\left(\frac{\pi}{2}y\right)e^{-j\beta z}$$

$$H_z = 0$$

şeklinde verildiğine göre ;

a) β'yı bulunuz.

c) Çalışma modunu tayin ederek, borunun kenar uzunluklarını (dalgaboyu cinsinden) bulunuz.

ÇÖZÜM 13:

a) H_x ve H_y magnetik alanları

$$\nabla^2 \vec{H} + k^2 \vec{H} = 0$$

Helmholtz denklemini sağladığından,

$$\frac{\partial^2 H_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H_x}{\partial z^2} + k^2 H_x = 0$$

yazılabilir. Bu denklemde, verilen H_x eşitliği yerine yazılıp düzenlenirse,

$$\beta = \sqrt{k^2 - \pi^2/2}$$

elde edilir.

b) Verilen manyetik alan bileşenlerinden, n=m=1, a=b ve H_z = 0 olduğundan, TM_{11} modu uyarılmıştır. Böylece ;

$$f_{11} < f < f_{21}$$

yazılarak,

$$f_{mn} = \frac{c}{2}\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}$$

$$f_{11} = \frac{c}{\sqrt{2}a} \qquad f_{21} = \frac{\sqrt{5}c}{2a}$$

eşitliklerinden,

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\lambda < a < \frac{\sqrt{5}}{2}\lambda$$

bulunur.

PROBLEM 14: Boyutları a = 1.5cm, b = 0.6cm olan dikdörtgen kesitli transmisyon borusu $\varepsilon_r = 2.25$, $\mu_r = 1$ olan polyethylene ile doldurulmuş olup 10 GHz'de TE_{10} modu yayılmaktadır. Dielektrik ortamın iletkenliği $\sigma = 5.10^{-4}\ S/m$ olduğuna göre ;

a) Borudaki faz sabitini ve borudaki dalga boyunu, dalga empedansını,
b) Dielektrik kayıplarının sebep olduğu zayıflamayı hesaplayınız.

ÇÖZÜM 14: Burada

$$k = \frac{w}{v} \qquad v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r}} = \frac{3.10^8}{\sqrt{2.25}} = 2.10^8 \text{ m/s}$$

$$k = \frac{2\pi \cdot 10^{10}}{2.10^8} = 100\pi \qquad f_{10} = \frac{v}{2a} = 6.67 \cdot 10^8\ Hz$$

$$\frac{f_c}{f} = \frac{6.67 \cdot 10^9}{10^{10}} = 0.667$$

dır. Böylece,

a) $$\beta = k\sqrt{1-\left(f_c/f\right)^2} = 100\pi\sqrt{1-(0.667)^2}$$

$$\beta = 74.5\pi = 234 \;\; rad/m$$

$$\lambda_g = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{2\pi}{74.5\pi} = 0.0268 \;\; m$$

$$Z_{TE} = \frac{1}{\sqrt{1-\left(f_c/f\right)^2}} = \frac{\sqrt{\mu/\varepsilon}}{0.745} = 337.4 \;\; \Omega$$

b) $$\alpha_d = \frac{\sigma\eta}{2\sqrt{1-\left(f_c/f\right)^2}} = \frac{\sigma}{2} Z_{TE_{10}} = \frac{5 \cdot 10^{-4}}{2} \cdot 337.4 = 0.084 \text{ Np/m} = 0.73 \;\text{ dB/m}$$

elde edilir.

PROBLEM 15: Kenar uzunlukları oranı b/a=1/3 olan dikdörtgen kesitli içi boş transmisyon borusunda a= 6 cm. ise dominant modun yayılabilmesi için uygun frekans bandını tayin ediniz.

ÇÖZÜM 15: Sadece dominant modun yayılabilmesi için çalışma frekansının f_{10}'dan büyük, f_{20}'dan küçük olması gerekir. Yani,

$$f_{10} < f < f_{20}$$

$$f_c = \frac{c}{2}\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}$$

$$f_{10} = \frac{1}{2}\frac{c}{a}, \qquad f_{20} = \frac{c}{a}$$

$$\frac{1}{2}\frac{3 \cdot 10^8}{6 \cdot 10^{-2}} < f < \frac{3 \cdot 10^8}{6 \cdot 10^{-2}}$$

$$2.5\,GHz < f < 5\,GHz$$

olmalıdır. Böylece, 2.5 GHz ile 5 GHz arasındaki frekans bandında sadece dominant mod iletimi mümkündür.

PROBLEM 16: a uzun kenar boyutu olmak üzere, kenar uzunlukları oranı ½ olacak şekilde üretilen dikdörtgen kesitli transmisyon borusu 6 GHz'de kullanılacaktır. Boruda sadece dominant modun yayılabilmesi için kenar uzunlukları ne olmalıdır?

ÇÖZÜM 16: Dikdörtgen kesitli transmisyon borusunda kesim frekansı,

$$f_c = \frac{c}{2}\sqrt{(\frac{m}{a})^2 + (\frac{n}{b})^2}$$

ile verilir. a>b olduğundan, ilk iki dominant mod TE_{10} ve TE_{20} için kesim frekansları,

$$f_{10} = \frac{1}{2}\frac{c}{a}, \qquad f_{20} = \frac{c}{a}$$

dir ve çalışma frekansı,

$$\frac{1}{2}\frac{c}{a} < f < \frac{c}{a}$$

dolayısıyla a boyutu,

$$\frac{1}{2}\frac{c}{f} < a < \frac{c}{f} \qquad 2.5\,\text{cm} < a < 5\,\text{cm}$$

olur.

PROBLEM 17: Dairesel-silindirik içi boş transmisyon borusu TM modunda uyarılacaktır. Boruda 600 MHz'de dominant modun yayılabilmesi için borunun a yarıçapı ne olmalıdır?

ÇÖZÜM 17: TM modunda kesim frekansı,

$$f_{mn} = \frac{c\alpha_{mn}}{2\pi a}$$

dir ve dominant mod TM_{11} modudur. İkinci yüksek mertebeden mod TM_{21} dir. Böylece,

$$f_{11} < f < f_{21}$$

$$\frac{c\alpha_{11}}{2\pi a} < f < \frac{c\alpha_{21}}{2\pi a}$$

$$30\ \text{cm} < a < 40\ \text{cm}$$

elde edilir.

PROBLEM 18: Mükemmel iletken cidarlı ve içi boşluk olan dikdörtgen kesitli transmisyon borularında,

a) Borunun dalga sayısını, kesim frekansı ve çalışma frekansı cinsinden, borunun dalga boyunu da, kesim dalgaboyu ve çalışma dalgaboyu cinsinden bulunuz.

b) Aynı borunun boyutları TE modu için (a/b)=4 ve a=6cm. olduğuna göre, ilk üç modun iletilebilmesi için frekans hangi aralıkta olmalıdır?

ÇÖZÜM 18:

a) $$k_c = \sqrt{(\frac{m\pi}{a})^2 + (\frac{n\pi}{b})^2}, \qquad k_c = \frac{2\pi f_c}{c}, \qquad k = \frac{2\pi f}{c}$$

$$\beta = \sqrt{k^2 - k_c^2} = k\sqrt{1-(\frac{f_c}{f})^2}$$

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda_b} = k\sqrt{1-(\frac{f_c}{f})^2} = \frac{2\pi}{\lambda}\sqrt{1-(\frac{f_c}{f})^2}$$

$$\lambda_b = \frac{\lambda}{\sqrt{1-(\frac{\lambda}{\lambda_c})^2}}$$

b) $\frac{a}{b} = 4 \qquad a = 4b = \frac{c}{a} \qquad b = 1.5\ cm$

$$f_{10} = \frac{c}{2a} \qquad f_{20} = \frac{c}{a} \qquad f_{30} = \frac{3c}{2a} \qquad f_{40} = \frac{2c}{a}$$

$$f_{10} < f < f_{40} \qquad \frac{c}{2a} < f < \frac{2c}{a}$$

$$\frac{3\cdot 10^8}{12\cdot 10^{-2}} < f < \frac{2\cdot 3\cdot 10^8}{6\cdot 10^{-2}}$$

$$2.5\ GHz < f < 10\ GHz$$

PROBLEM 19: KU-bandında (12-18 GHz arasındaki frekans bölgesi) TE modunda çalışan bir transmisyon borusu bağıl dielektrik sabiti $\varepsilon_r = 2.4$ olan bir madde ile doldurulmuştur.

a) Dominant modun iletilebilmesi için kesim frekansı ve kesim dalgaboyunu ($(\mu_r = 1)$

b) 15 GHz'de dalga empedansını hesaplayınız.

ÇÖZÜM 19:

$$f_{10} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r}\,2a} \qquad f_{20} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r}\,a}$$

$$\frac{3\cdot 10^8}{\sqrt{2.4}\,2a} < f < \frac{3\cdot 10^8}{\sqrt{2.4}\,a}$$

$$\frac{0.5\cdot 10^8}{a} < f < \frac{1.9\cdot 10^8}{a}$$

$$\lambda_c = \frac{c}{f_c} \qquad \eta = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$$

$$Z_{TE} = \frac{\eta}{\sqrt{1-(f_c/f)^2}} \qquad \eta \neq 377\ \Omega$$

PROBLEM 20: Yarıçapı 2cm ve içi boş olan dairesel transmisyon borusu TE_{01} modunda çalışmaktadır.

a) Kesim frekansını hesaplayınız.

b) Transmiyon borusunun içi bağıl dielektrik sabiti $\varepsilon_r = 2.25$ olan dielektrik madde ile doldurulursa, kesim frekansını a) şıkkında elde edilen değerde tutmak için yarıçap ne olmalıdır?

m / n	0	1	2
1	3.832	1.84	3.05
2	7.016	5.33	6.71
3	10.173	8.54	9.91

ÇÖZÜM 20: a = 2 cm. ve verilen tablodan $\alpha_{01}^{'} = 3.832$ dir. Böylece

a) $$f_{mn} = \frac{\alpha_{mn}^{'} c}{2\pi a} \qquad f_{01} = \frac{3.832 \cdot 3 \cdot 10^8}{2\pi \cdot 2 \cdot 10^{-2}} = 9.15\ GHz$$

b) $$f_{mn} = \frac{\alpha_{mn}^{'} c}{2\pi a \sqrt{\varepsilon_r}}, \qquad v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r}}$$

$$9.15 \cdot 10^9 = \frac{3.832 \cdot 3 \cdot 10^8}{2\pi \sqrt{2.25} a} \qquad a = 1.333\ cm$$

bulunur.

PROBLEM 21: Kayıpsız dikdörtgen kesitli içi boş olan bir transmisyon borusundaki dominant TE_{10} modunun elektrik alan şiddeti $f > f_c$ için,

$$E_y = E_0 \sin \frac{\pi x}{a} e^{-j\beta z},$$

şeklinde verildiğine göre,

a) Manyetik alan şiddetini bulunuz.

b) Kesim frekansını ve iletilen ortalama gücü hesaplayınız.

ÇÖZÜM 21:

a) $\vec{H} = \frac{-1}{jw\mu_0} \nabla x \vec{E}$ olduğundan,

$$H_x = \frac{1}{jw\mu_0}\frac{\partial E_y}{\partial z}, \qquad H_y = 0, \qquad H_z = \frac{-1}{jw\mu_0}\frac{\partial E_y}{\partial z}$$

$$H_x = \frac{-1}{jw\mu_0}E_0 \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right)e^{j\beta z}, \quad H_y = 0, \qquad H_z = \frac{-\pi}{jw\mu_0 a}E_0 \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right)e^{-j\beta z}$$

elde edilir.

b) Kesim frekansı ve iletilen ortalama güç,

$$f_{mn} = \frac{c}{2}\sqrt{(\frac{m}{a})^2 + (\frac{n}{b})^2} \qquad f_{10} = \frac{c}{2a} = \frac{1.5\cdot 10^8}{a}\,Hz.$$

$$\vec{P}(z) = \frac{1}{2}\iint_S (\vec{E}x\vec{H}^*).d\vec{s} = \hat{z}\frac{\beta|E_0|^2}{2w\mu_0}\int_0^a\int_0^b \sin^2\left(\frac{\pi x}{a}\right)dxdy$$

$$\vec{P}(z) = \hat{z}\frac{\beta ab|E_0|^2}{4w\mu_0}$$

şeklinde bulunur.

PROBLEM 22: (5x2) cm^2 lik dikdörtgen kesitli bir transmisyon borusu içinde yayılan elektromagnetik dalganın frekansını ölçmek için silindirik bir boşluk rezonatörü kullanılacaktır. boşluk rezonatörünün, dikdörtgen boru içinde yanlızca dominant modun yayıldığı frekans bandının orta frekansı ile üst sınır frekansı arasındaki bölgede ve kendi dominant modunda ölçme yapabilmesi için çapını ve boyunun hangi uzunluklar arasında olması gerektiğini bulunuz. (**Not:** Her iki borunun dominant modları için kesim frekansları aynı kabul edilecektir.)

ÇÖZÜM 22: a = 2 cm. b = 5 cm olarak alınırsa, dominant mod TE_{01} ve b>2a olduğu için ikinci dominant mod TE_{02} olacaktır. TE_{01} in kesim frekansı,

$$f_{c01} = \frac{c}{2b} = \frac{3.10^8}{10} = 3\ GHz$$

TE_{02} için kesim frekansı,

$$f_{c02} = \frac{c}{b} = \frac{3.10^8}{5} = 6\ GHz$$

O halde yalnızca dominant mod TE_{01}'in yayıldığı frekanslar 3 GHz ile 6 GHz arasındadır. Bunun orta frekansı,

$$f_c = \frac{3+6}{2} = 4.5\ GHz$$

dir. Boşluk rezonatörünün yapıldığı silindirik borunun kesim frekansının dikdörtgenin kesim frekansı ile aynı olması istendiğine ve silindirik boruda dominant mod TE_{11} olduğuna göre, TE_{11} için kesim frekansı $f_{c11} = 3\ GHz$ olacaktır.

TE_{11} için

$$p'_{mn} = 1.841$$

dir ve bu nedenle,

$$\beta = \frac{w_c}{v} = \frac{2\pi \cdot 3 \cdot 10^8}{3 \cdot 10^8} = 2\pi \text{ rad/m}$$

$$a = \frac{p'_{mn}}{\beta} = \frac{1.481}{0.2\pi} = 2.93\ cm \qquad\qquad h = 2a = 5.86 \text{ cm}$$

bulunur. Boşluk rezonatörünün sadece dominant modda ölçme yapması istendiğinden, rezonatör TE_{11} modunda rezonansa gelmelidir. Rezonansa geldiği frekans bandı ise

$$f_{r1} = f_0 = 4.5 \text{ GHz} \qquad f_{r2} = f_{c02} = 6 \text{ GHz}$$

dir. Bu durumda,

$$\lambda_{r,\max} = \frac{2}{\sqrt{(\beta/\pi)^2 + (1/\ell_{\max})^2}} = \frac{2}{\sqrt{(0.2\pi/\pi)^2 + (1/\ell_{\max})^2}} = \frac{v}{f_{r1}} = \frac{3 \cdot 10^8}{4.5 \cdot 10^9}$$

$$\ell_{\max} = 4.472 \text{ cm}$$

bulunur. Benzer şekilde,

$$\lambda_{r,\min} = \frac{v}{f_{r1}} = \frac{3 \cdot 10^8}{4.5 \cdot 10^9} = 5 \text{ cm} = \frac{2}{\sqrt{(\beta/\pi)^2 + (1/\ell_{\min})^2}} = \frac{2}{\sqrt{(0.2\pi/\pi)^2 + (1/\ell_{\max})^2}}$$

$$\ell_{\min} = 2.886 \text{ cm}$$

elde edilir.

PROBLEM 23: Kenar uzunlukları 2b olan kare kesitli transmisyon borusu ile çapı 2d olan bir dairesel kesitli transmisyon borusunun kesit alanları aynıdır. Kare borunun kesim dalgaboyu 4b olduğuna göre, dairesel kesitli borunun kesim dalgaboyunu hesaplayınız.

ÇÖZÜM 23: Kesit alanları eşit olduğundan,

$$4b^2 = \pi\left(\frac{2d}{2}\right)^2 \qquad\qquad \mathrm{d} = 1.13\mathrm{b}$$

olur. Kare boru için a=b olduğundan TE_{10} modu için,

$$\lambda_c = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{m}{2a}\right)^2 + \left(\frac{n}{2b}\right)^2}} = 2b$$

dir. Böylece dairesel kesitli borunun kesim dalgaboyu,

$$\lambda_c = \frac{2d}{1.13} = 1.77d \quad \text{m}$$

şeklinde bulunur.

PROBLEM 24: Kenar uzunluğu 10 cm olan kübik rezonatörün TE modundaki en küçük rezonans frekansını hesaplayınız.

ÇÖZÜM 24:

$$f_{mnp} = \frac{c}{2}\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2 + \left(\frac{p}{h}\right)^2}$$

TE modunda en küçük rezonans frekansı için ; m = 1, n = 1, p = 0 olmalıdır. (veya herhangi ikisi sıfırdan farklı olabilir.) a = b = h' dır. Böylece,

$$f_{110} = \frac{3\cdot 10^8}{2a}\sqrt{2} = \frac{3\cdot 10^8}{2\cdot 10^{-1}}\sqrt{2} = 2.12\ GHz$$

elde edilir.

PROBLEM 25: Bir dikdörtgen kesitli transmisyon borusunda TE_{10} dominant modu için elektromanyetik alanlar,

$$E_y(x,y,z) = -\frac{jw\mu a}{\pi} H_{10} \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right)e^{-j\beta z}$$

$$H_x(x,y,z) = \frac{(\alpha + j\beta)}{\pi} aH_{10} \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right)e^{-j\beta z}$$

$$H_z(x,y,z) = H_{10} \cos\left(\frac{\pi}{a}x\right)e^{-j\beta z}$$

şeklinde verildiğine göre, bu mod için zayıflama formülünü elde ediniz.

ÇÖZÜM 25: TE_{10} modu için m=1, n=0 olduğundan, sadece E_y, H_x ve H_z alanları mevcuttur ve bu alan ifadeleri z=0 kesit düzleminde,

$$E_y(x,y,0) = -\frac{jw\mu a}{\pi} H_{10} \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right)$$

$$H_x(x,y,0) = \frac{(\alpha + j\beta)}{\pi} aH_{10} \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right)$$

$$H_z(x,y,0) = H_{10}\cos\left(\frac{\pi}{a}x\right)$$

şeklinde verilir. Ayrıca TE_{10} modu için,

$$k^2 + \gamma^2 = \left(\frac{\pi}{a}\right)^2$$

dir. Boru kesitindeki ortalama güç akışı z = 0 da;

$$P(z) = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\iint_S \left(\vec{E}\times\vec{H}^*\right)\cdot d\vec{s} = \frac{-1}{2}\mathrm{Re}\int_0^b\int_0^a E_y H_x^* dxdy$$

$$P(z) = w\mu\beta ab\left(\frac{aH_{10}}{2\pi}\right)^2$$

şeklinde bulunur. Birim uzaklıktaki iletken cidarlarında harcanan gücü hesaplamak için dört kenarı da göz önüne almak gerekir. Mağnetik alanın iletken cidarlara teğet bileşenleri,

$$|H_{t1}|^2 = |H_x|^2 + |H_z|^2 \quad (y = 0, b)$$

$$|H_{t2}|^2 = |H_z|^2 \quad (x = 0, a)$$

dır. Buna göre boru cidarlarındaki toplam güç kaybı;

$$P_L(z) = \frac{R_s}{2}\left\{\int_0^a |H_{t1}(y=0)|^2 dx + \int_0^a |H_{t1}(y=b)|^2 dx + \int_0^b |H_{t2}(x=0)|^2 dy + \int_0^b |H_{t2}(x=a)|^2 dy\right\}$$

$$P_L(z) = R_s H_{10}{}^2\left\{\int_0^a \cos^2\left(\frac{\pi}{a}x\right)dx + \left(\frac{\beta a}{\pi}\right)^2\int_0^a \sin^2\left(\frac{\pi}{a}x\right)dx + \int_0^b dy\right\}$$

$$P_L(z) = \left(R_s H_{10}{}^2\right)\left\{\frac{a}{2}\left[1 + \left(\frac{\beta a}{\pi}\right)^2\right] + b\right\}$$

elde edilir. Daha önce belirtildiği gibi, iletimin mevcut olabilmesi için, yayılma sabiti γ'nın saf imaginer, yani $j\beta$'ya eşit olması gerekir. Bu durumda, TE_{10} modu için,

$$\beta = k\sqrt{1-(f_c/f)^2} = jk_c\sqrt{1-(f/f_c)^2}$$

$$k_c = \left(\frac{\pi}{a}\right)^2$$

dir ve bu yüzden

$$1 + \left(\frac{\beta a}{\pi}\right)^2 = \left(\frac{f}{f_c}\right)^2$$

olur. Bu ifade $P_L(z)$ eşitliğinde kullanılırsa,

$$P_L(z) = R_s H_{10}^{\ 2}\left[b + \frac{a}{2}(f/f_c)^2\right]$$

elde edilir. Burada,

$$f_c = \frac{1}{2a\sqrt{\varepsilon\mu}}$$

dır. Böylece

$$\alpha_c = \frac{P_L(z)}{2P(z)} = R_s \frac{b + \frac{a}{2}\left(\frac{f}{f_c}\right)^2}{2w\mu\beta ab\frac{a^2}{4\pi^2}}$$

$$\alpha_c = R_s \frac{k_c^2\left(\frac{f}{f_c}\right)^2\left[1 + \frac{2b}{a}\left(\frac{f_c}{f}\right)^2\right]}{kw\mu\beta\sqrt{1-(f_c/f)^2}} = R_s \frac{\left[1 + \frac{2b}{a}\left(\frac{f_c}{f}\right)^2\right]}{\eta b\sqrt{1-(f_c/f)^2}}$$

elde edilir. Bundan anlaşılacağı gibi, b boyutu arttıkça zayıflama azalır. Bununla birlikte, b boyutu arttıkça, TE_{11} (veya TM_{11}) gibi yüksek dereceli modların kesim frekansı da azalır.

PROBLEM 26: Dikdörtgen kesitli ve içi boş olan bir rezonatörde TE modu uyarılacaktır. H_z alanını,

$$\frac{\partial H_z}{\partial x}\Big|_{x=0} = \frac{\partial H_z}{\partial x}\Big|_{x=a} = 0, \qquad \frac{\partial H_z}{\partial y}\Big|_{y=0} = \frac{\partial H_z}{\partial y}\Big|_{y=b} = 0$$

$$E_x(x,y,0) = E_x(x,y,h) = 0$$

sınır şartlarını sağlayan $\nabla^2 H_z + k^2 H_z = 0$ şeklindeki skaler Helmholtz denkleminin çözümünden bulunuz. Burada,

$$E_x = \frac{-jw\mu_0}{k^2-\beta^2}\frac{\partial H_z}{\partial y}, \qquad E_y = \frac{-jw\mu_0}{k^2-\beta^2}\frac{\partial H_z}{\partial x}$$

dir. Elektrik ve manyetik alanın diğer bileşenlerini hesaplayınız. Rezonans frekansını ve dalgaboyunu, rezonatörün boyutları cinsinden hesaplayınız.

ÇÖZÜM 26:

$$\nabla^2 H_z + k^2 H_z = 0$$

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 H_z}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 H_z}{\partial z^2}+k^2 H_z=0$$

$$H_z(x,y,z)=R(x)F(y)T(z)$$

olmak üzere,

$$\frac{1}{R}\frac{d^2R}{dx^2}+\frac{1}{F}\frac{d^2F}{dy^2}+\frac{1}{T}\frac{d^2R}{dz^2}+k^2=0 \qquad k_z^2=\beta^2$$

olsun. Burada,

$$k^2-k_z^2=k_x^2+k_y^2$$

olmak üzere;

$$\frac{d\ R}{dx^2}+k_x^2R=0 \qquad\qquad R(x)=A\cos k_x x+B\sin k_x x$$

$$\frac{dR}{dx}\Big|_{x=0}=0, \qquad \mathrm{B}=0 \qquad\qquad \frac{dR}{dx}\Big|_{x=a}=0, \qquad k_x=\frac{m\pi}{a}$$

$$\frac{d\ F}{dy^2}+k_y^2F=0 \qquad\qquad F(y)=C\cos k_y y+D\sin k_y y$$

$$\frac{dF}{dy}\Big|_{y=0}=0, \qquad \mathrm{D}=0 \qquad\qquad \frac{dF}{dy}\Big|_{y=b}=0, \qquad k_y=\frac{n\pi}{b}$$

elde edilir. Böylece,

$$\frac{d\ T}{dz^2}+k_z^2T=0 \qquad\qquad T(z)=E\cos k_z z+F\sin k_z z$$

$$H_z=AC\cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right)\cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right)(E\cos\beta z+F\sin\beta z)$$

$$E_x=\frac{-jw\mu}{k^2-\beta^2}\frac{\partial H_z}{\partial y}$$

$$E_x=\frac{-jw\mu}{k^2-\beta^2}\frac{\partial}{\partial y}\left[AC\cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right)\cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right)\left(E\cos\beta z+F\sin\beta z\right)\right]$$

$$E_x=\frac{-jw\mu}{k^2-\beta^2}\frac{n\pi}{b}\left[AC\cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right)\sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right)\left(E\cos\beta z+F\sin\beta z\right)\right]$$

$$E_x(x,y,0)=E_x(x,y,h)=0$$

şartından,

$$\frac{n\pi}{b}\frac{jw\mu}{k^2-\beta^2}\left[AC\cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right)\sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right)\left(E\cos\beta 0+F\sin\beta 0\right)\right]=0$$

$$(E\cos\beta 0 + F\sin\beta 0) = 0 \qquad E = 0$$

ve

$$\frac{jw\mu}{k^2-\beta^2}\left[AC\frac{n\pi}{b}\cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right)\sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right)\left(F\sin\beta h\right)\right] = 0$$

$$Sink_Z h = 0 = Sinp\pi \qquad k_z = \frac{p\pi}{h}$$

bulunur. Böylece,

$$H_z(x,y,z) = \sum_{m,n,p} H_0^{mnp}\cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right)\cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right)\sin\left(\frac{p\pi}{h}z\right)$$

elde edilir.

PROBLEM 27: Dikdörtgen kesitli rezonatörde TE_{101} modu için kalite faktörünü hesaplayanız

ÇÖZÜM 27: TE_{101} modu için, elektromanyetik alanlar, K=(π/a) olduğundan,

$$E_y = \frac{-j\omega\mu a}{\pi}H_{101}\sin\left(\frac{\pi}{a}x\right)\sin\left(\frac{\pi}{h}z\right)$$

$$H_x = -\frac{a}{h}H_{101}\sin\left(\frac{\pi}{a}x\right)\cos\left(\frac{\pi}{h}z\right)$$

$$H_z = H_{101}\cos\left(\frac{\pi}{a}x\right)\sin\left(\frac{\pi}{h}z\right)$$

şeklindedir. Rezonatörde depolanan ortalama elektrik ve manyetik enerji,

$$\overline{W_e} = \overline{W_m} = \frac{\varepsilon}{2}\iiint_V |E|^2\, dV = \frac{\mu}{2}\iiint_V |H|^2\, dV$$

ile verildiğinden, depolanan elektrik enerjisi,

$$\overline{W_e} = \frac{\varepsilon}{4}\iiint_V |E_y|^2\, dV$$

$$\overline{W_e} = \frac{\varepsilon(\omega\mu a H_{101})^2}{4\pi^2}\int_0^h\int_0^b\int_0^a \sin^2\left(\frac{\pi}{a}x\right)\sin^2\left(\frac{\pi}{h}z\right)dxdydz$$

$$\overline{W_e} = \frac{\varepsilon(\omega\mu a H_{101})^2}{16\pi^2}abh$$

şeklinde elde edilir. Ortalama manyetik enerji ise,

$$\overline{W_m} = \frac{\mu}{4}\iiint_V\left[|H_x|^2 + |H_z|^2\right]dV$$

$$=\frac{\mu}{4}H_{101}{}^{2}\int_{0}^{h}\int_{0}^{b}\int_{0}^{a}\left[\left(\frac{a}{h}\right)^{2}\sin^{2}\left(\frac{\pi}{a}x\right)\cos^{2}\left(\frac{\pi}{h}z\right)+\cos^{2}\left(\frac{\pi}{a}x\right)\sin^{2}\left(\frac{\pi}{h}z\right)\right]dxdydz$$

$$=\frac{\mu}{16}H_{101}{}^{2}abh\left[\left(\frac{a}{h}\right)^{2}+1\right]$$

şeklinde hesaplanır. Rezonans frekansında $W_e = W_m$ olduğundan,

$$W = 2\overline{W}_e = 2\overline{W}_m = \frac{\mu}{8}\left(H_{101}{}^{2}\right)abh\left(\frac{a^2}{h^2}+1\right)$$

elde edilir. Rezonatör cidarlarında harcanan gücün ortalama değeri ise,

$$\overline{P} = \frac{R_s}{2}\oiint_S |H_t|^2\, ds$$

dir. z=0 ile z=h, x=0 ile x=a ve y=0 ile y=b yüzeylerindeki güç kayıpları aynı olduğundan,

$$\overline{P} = R_s\left[\int_0^b\int_0^a |H_x(z=0)|^2\, dxdy + \int_0^h\int_0^b |H_z(x=0)|^2\, dydz + \int_0^h\int_0^a |H_x|^2\, dxdz + \int_0^h\int_0^a H_z{}^2 dxdz\right]$$

$$\overline{P} = R_s H_{101}{}^{2}\left[\left(\frac{a}{h}\right)^{2}\left(\frac{ab}{2}\right)+\frac{bh}{2}+\left(\frac{a}{h}\right)^{2}\frac{ah}{4}+\frac{ah}{4}\right]$$

$$\overline{P} = \frac{R_s H_{101}{}^{2}}{2}\left[\frac{a^2}{h}\left(\frac{b}{h}+\frac{1}{2}\right)+h\left(\frac{b}{a}+\frac{1}{2}\right)\right]$$

elde edilir. Böylece rezonatörün kalite faktörü,

$$Q = \omega\frac{DepolananEnerji}{HarcananOrtalamaGüç} = \omega\frac{W}{\overline{P}}$$

şeklinde tanımlandığından,

$$Q = \frac{\pi\eta}{2R_s}\frac{b\left(a^2+h^2\right)^{3/2}}{\left[ah\left(a^2+h^2\right)+2b\left(a^3+h^3\right)\right]}$$

şeklinde elde edilir. Burada,

$$f_{101} = \frac{1}{2\sqrt{\varepsilon\mu}}\sqrt{\frac{1}{a^2}+\frac{1}{h^2}}$$

olduğu göz önüne alınmıştır. Dikkat edilecek olursa, a=h ise kalite faktörü maksimumdur. Bu durumda rezonans frekansı ve kalite faktörü,

$$f_{101} = \frac{1}{a\sqrt{2\varepsilon\mu}}$$

ve

$$Q = \frac{1.11\eta}{R_s\left(1 + a/2b\right)}$$

olur. Örnek olarak, bütün boyutları birbirine eşit olan ve bakırdan yapılmış bir kare rezonatör için,

$$Q = \frac{\left(1.07 \times 10^9\right)}{\sqrt{f}}$$

dir.

PROBLEM 28: $h < 2a$ olmak üzere, dairesel kesitli rezonatördeki TM_{010} modu için kalite faktörünü hesaplayınız.

ÇÖZÜM 28: $h < 2a$ olduğundan, dairesel kesitli rezonatörde TM_{010} modunun elekromanyetik alanları,

$$E_\rho = E_\Phi = H_\rho = H_z = 0$$

$$E_z = E_{010} J_0\left(\frac{p_{01}}{a}\rho\right)$$

$$H_\Phi = -\frac{j\omega\varepsilon}{K^2} E_{010} J_0'\left(\frac{p_{01}}{a}\rho\right) = \frac{j\omega\varepsilon}{K} E_{010} J_1\left(\frac{p_{01}}{a}\rho\right)$$

şeklinde elde edilir. Burada Bessel fonksiyonları arasında,

$$\int u J_1^2(u)du = \frac{u^2}{2}\left[J_1^2(u) - J_0(u)J_2(u)\right]$$

$$J_0'(u) = -J_1(u)$$

$$J_0(p_{01}) = 0$$

bağıntıları vardır. Böylece rezonans oyuğunda biriken toplam enerji,

$$W = 2\overline{W}_e = \varepsilon \iiint_V |E|^2 dV = \varepsilon \int_0^a \int_0^{2\pi} \int_0^h \left[E_{010} J_0\left(\frac{p_{01}}{a}\rho\right)\right]^2 \rho d\rho d\Phi dz$$

$$W = \varepsilon (E_{010})^2 \cdot \pi \cdot ha^2 \left[J_1{}^2\left(p_{01}\right)\right]$$

şeklinde bulunur. Burada,

$$\int_0^a \rho J_0{}^2\left(\frac{p_{01}}{a}\rho\right) d\rho = \frac{a^2}{2} J_1^2(p_{01})$$

dır. Benzer şekilde rezonatörün iletken cidarlarında harcanan güç ise,

$$\overline{P} = \frac{R_s}{2} \oiint_B |H_t|^2 \, ds$$

$$\overline{P} = R_s \left\{ \int_0^{2\pi} \int_0^{h} |H_\Phi(\rho = a)|^2 \, a d\Phi dz + 2 \int_0^{2\pi} \int_0^{a} |H_\Phi(z = 0)|^2 \, \rho d\rho d\Phi \right\}$$

$$\overline{P} = R_s \left[\frac{\omega\varepsilon E_{010}}{K} \right]^2 2\pi \left[ahJ_1^{\,2}(p_{01}) + 2\int_0^a \rho J_1^{\,2}\left(\frac{p_{01}}{a}\rho \right) d\rho \right]$$

$$\overline{P} = R_s \left[\frac{\omega\varepsilon E_{010}}{K} \right]^2 2\pi a(h + a) J_1^{\,2}(p_{01})$$

şeklinde hesaplanır. Bu durumda TM_{010} modunda çalışan rezonatörün kalite faktörü,

$$Q = \omega \frac{W}{\overline{P}} = \frac{K^2 ah}{2R_s \omega\varepsilon (a + h)}$$

olur. Rezonans frekansında,

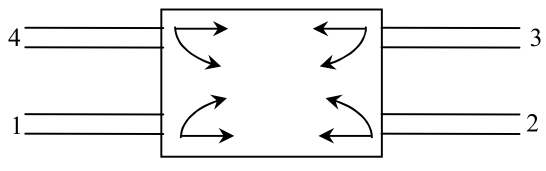
$$Ka = p_{01} = 2.405$$

olduğu göz önüne alınırsa,

$$Q = \frac{1.202\eta}{R_s(1 + a/h)}$$

olur. Burada η, rezonatör hacmini dolduran ortamın karakteristik empedansıdır. Eğer rezonatör içindeki ortam boşluk ise $\eta = 120\pi = 377\Omega$ ‘dur.

PROBLEM 29: Şekildeki yönlü kuplörün 1-kapısına gelen güç 25W olup, kuplaj 33 dB, yöneticilik 24 dB’dir. Buna göre 2- ve 4-kapılarındaki çıkış gücünü hesaplayınız.



ÇÖZÜM 29:

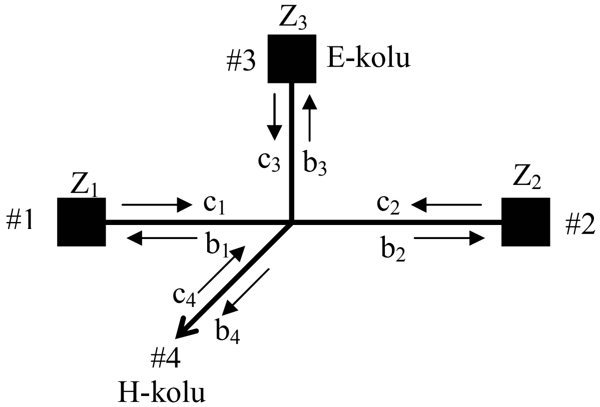
$$C = 10\log\frac{P_i}{P_{03}} = 33 \text{ dB}$$

$$3.3\,dB = \log\frac{25}{P_{03}} \qquad P_{03} = 25 \cdot 10^{-3.3} = 12.5 \text{ mW}$$

$$D = 24\,dB = 10\log\frac{P_i}{P_{04}} = 10\log\frac{25}{P_{04}}$$

$$P_{04} = 0.05\ mW$$

PROBLEM 30:



Karakteristik empedansları Z_0 olan ideal bir sihirli-T'nin S-parametreleri,

S_{11}=S_{22}=S_{33}=S_{44}=S_{12}=S_{21}=S_{34}=S_{43}=0,

S_{13}=S_{14}=S_{24}=S_{31}=S_{41}=S_{42}=$1/\sqrt{2}$ ve

S_{23}=S_{32}=$-1/\sqrt{2}$

şeklinde verilmiştir. H-(4 kapısı) koluna 1 Watt'lık uyumlu bir kaynak bağlanmıştır. E-kolu her zaman uyumlu olduğuna göre,

a) 1 ve 2 kapıları uyumlu (Z_1 = Z_2 = Z_0) iken
b) 1 ve 2 kapıları Z_1=2.4Z_0 ve Z_L=0.6Z_0 empedansları ile sonlandırılmışken 1, 2 ve 3 kapılarına verilen güçleri hesaplayınız.

ÇÖZÜM 30: Uyumlu kaynaktan sihirli-T'ye giren güç,

$$P_i = P_4^i = 1\ W$$

dır.

a) Bu durumda bütün kapılar uyumlu olduğundan, kapıların hiçbirinde yansıyan güç yoktur. Sihirli-T'nin özelliklerinden dolayı E-koluna kuplaj yoktur ve güç 1 ile 2 kapılarına eşit ayrılır. Böylece,

P_1 = P_2 =0.5 W

P_3 = 0 W

dır.

b) Bu durumda 4 kapısı giriş kapısı iken; 1, 2 ve 3 kapıları Z_1, Z_2 ve Z_3 empedanslarıyla sonlandırılmıştır. E-kolu uyumlu olduğundan, $Z_3 = Z_0$ ve $\Gamma_3 = 0$

dır. 1 kolundaki yansıma katsayısı,

$$\Gamma_1 = \frac{2.4Z_0 - Z_0}{2.4Z_0 + Z_0} = 0.41$$

ve 2 kolundaki yansıma katsayısı,

$$\Gamma_1 = \frac{0.6Z_0 - Z_0}{0.6Z_0 + Z_0} = -0.25$$

dir. Saçılma parametrelerinden;

$$S_{13} = S_{14} = S_{24} = S_{31} = S_{41} = S_{42} = 1/\sqrt{2}, \qquad S_{23} = S_{32} = -1/\sqrt{2}$$

dir. Buna göre b_1 ve b_2 normalize değerleri, 4 ile 1 ve 4 ile 2 kapıları arasındaki kuplaj katsayıları nedeniyle,

$$b_1 = \frac{c_4}{\sqrt{2}}, \qquad b_2 = \frac{c_4}{\sqrt{2}}$$

olur. Bu gelen dalgalara karşılık olarak c_1 ve c_2 yansıyan dalgaları,

$$c_1 = \Gamma_1 \frac{c_4}{\sqrt{2}} \qquad c_2 = \Gamma_2 \frac{c_4}{\sqrt{2}}$$

olur. Diğer yandan E-kolu fark ve H-kolu toplam kolu olduğundan b_3 ve b_4 kollarındaki dalgalar;

$$b_3 = 0.5c_4(\Gamma_1 - \Gamma_2) \quad \text{veya} \quad b_3^2 = 0.25c_4^2|\Gamma_1 - \Gamma_2|^2$$

$$b_4 = 0.5c_4(\Gamma_1 + \Gamma_2) \quad \text{veya} \quad b_4^2 = 0.25c_4^2|\Gamma_1 + \Gamma_2|^2$$

olacaktır. Yine herhangi bir kapıdaki yüke verilen güç gelen ve yansıyan normalize dalga genliklerinin karelerinin farkı olduğudan;

$$P_1 = b_1^2 - c_1^2 = 0.5c_4^2(1 - |\Gamma_1|^2)$$

$$P_2 = 0.5c_4^2(1 - |\Gamma_2|^2)$$

$$P_3 = b_3^2 - c_3^2 = b_3^2$$

$$= 0.25c_4^2|\Gamma_1 - \Gamma_2|^2$$

dir. Dikkat edilirse burada,

$$c_4^2 = P_i = P_4^i = 1\ W$$

dır. Böylece net giriş gücü,

$$P_{in} = c_4^2 - b_4^2 = (1 - |\Gamma_{in}|^2)c_4^2$$

olacaktır. Burada

$$|\Gamma_{in}| = b_4 / c_4$$

dır. Sonuç olarak;

$$P_1 = 0.5 \cdot 1 \cdot (1 - (0.41)^2) = 0.41595 \ W$$

$$P_2 = 0.5 \cdot 1 \cdot (1 - (-0.25)^2) = 0.46875 \ W$$

$$P_3 = 0.25 \cdot 1 \cdot |0.41 + 0.25|^2 = 0.1089 \ W$$

$$P_4^r = b_4^2 = 0.25 \cdot c_4^2 |\Gamma_1 + \Gamma_2|^2$$

$$= 0.25 \cdot 1 \cdot |0.16|^2 = 0.0064 \ W$$

bulunur. Böylece net giriş gücü,

$$P_{in} = P_4^i - P_4^r = 1 - 0.0064 = 0.9936 \ W$$

olur.

PROBLEM 31: Transmisyon hatlarındaki normalize voltaj ve akımları kullanarak, karakteristik empedansları Z_1 ve Z_2 olan iki transmisyon hattının jonksiyonundaki saçılma parametrelerini karakteristik empedanslar cinsinden bulunuz.

ÇÖZÜM 31: Normalize voltajlar :

$$\overline{V}_1^+ = Y_1^{\frac{1}{2}} V_1^+ \qquad \overline{V}_2^+ = Y^{\frac{1}{2}} V_2^+$$

dır. Güç,

$$P_1 = \frac{1}{2}|\overline{V}_1^+|^2 \qquad P_2 = \frac{1}{2}|\overline{V}_2^+|^2$$

Çıkış hattı uyumlu ise,

$$\frac{V_1^-}{V_1^+} = \frac{\overline{V}_1^-}{\overline{V}_1^+} = s_{11} = \frac{Z_{in} - Z_1}{Z_{in} + Z_1} = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1}$$

olur. Giriş hattı uyumlu ise,

$$\frac{V_2^-}{V_2^+} = \frac{\overline{V}_2^-}{\overline{V}_1^+} = s_{22} = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

ve dolayısıyla $s_{11} = -s_{22}$ olur. Diğer taraftan, çıkış hattı uyumlu iken giriş hattında,

$$V_1 = V_1^+ + V_1^- = V_1^+(1 + s_{11})$$

$I_1 = I_1^+ + I_1^- = Y_1(V_1^+ - V_1^-) = Y_1V_1^+(1 - s_{11})$

yazılabilir. Ancak, $I_2^- = Y_2V_2^-$ olduğundan,

$$Y_2V_2^- = Y_1V_1^+(1 - s_{11}) \qquad \frac{V_2^-}{V_1^+} = \frac{Y_1}{Y_2}(1 + s_{11})$$

dir. Böylece,

$$s_{21} = \frac{\overline{V}_2^-}{\overline{V}_1^+} = \frac{\sqrt{Y_2}V_2^-}{\sqrt{Y_1}V_1^+} = \sqrt{\frac{Y_2}{Y_1}}\frac{Y_1}{Y_2}(1 - s_{11}) = \sqrt{\frac{Z_2}{Z_1}}\left(\frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2}\right)$$

$$s_{21} = \frac{2\sqrt{Z_1Z_2}}{Z_1 + Z_2}$$

elde edilir. Benzer şekilde, giriş hattı uyumlu iken çıkış hattında,

$V_2 = V_2^+ + V_2^- = V_2^+(1 + s_{22})$

$I_2 = I_2^+ + I_2^- = Y_2(V_2^+ - V_2^-) = Y_2V_1^+(1 - s_{22})$

ve akımın sürekliliğinden,

$-I_1 = I_1^- = I_2 = Y_2V_2^+(1 - s_{22})$

yazılabilir. $I_1^- = Y_1V_1^-$ olduğundan,

$$Y_1V_1^- = Y_2V_2^+(1 - s_{22}) \qquad \frac{V_1^-}{V_2^+} = \frac{Y_2}{Y_1}(1 - s_{22})$$

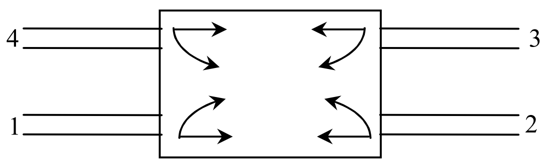
dir. Böylece,

$$s_{12} = \frac{\overline{V}_1^-}{\overline{V}_2^+} = \frac{\sqrt{Y_1}V_1^-}{\sqrt{Y_2}V_2^+} = \sqrt{\frac{Z_2}{Z_1}}\frac{Z_1}{Z_2}(1 - s_{22})$$

$$s_{12} = \frac{2\sqrt{Z_1Z_2}}{Z_1 + Z_2} = s_{21}$$

bulunur.

PROBLEM 32: Şekilde prensip şeması gösterilen ve 1 ile 2 kapıları uyumlu olan ideal bir yönlü kuplörün [S] saçılma matrisini bulunuz. Burada C_1 ve C_2 pozitif reel sayılar olmak üzere, $S_{12} = C_1$, $S_{13} = jC_2$ olarak verilmiştir. **Not:** a ve b iki komplex sayı ise, $|a.b^*| = |a|.|b|$ ’dir



ÇÖZÜM 32: Yönlü kuplör 4-kapılı bir eleman olup, 1 ile 4 ve 2 ile 3 kapıları arasında kuplaj bulunmadığından,

$S_{14} = S_{23} = 0$

dır. Ayrıca 1 ve 2. Kapıları uyumlu olduğundan,

$S_{11} = S_{22} = 0$

dır. Buna göre [S] matrisi (karşılıklılık göz önüne alınırsa),

$$[s] = \begin{bmatrix} 0 & S_{12} & S_{13} & 0 \\ S_{12} & 0 & 0 & S_{24} \\ S_{13} & 0 & S_{33} & S_{34} \\ 0 & S_{24} & S_{34} & S_{44} \end{bmatrix}$$

olur. Şimdi,

$[S]^t [S]^* = [U]$

özelliği göz önüne alınır ve bu denklemdeki işlemler yapılırsa,

$S_{12} S_{12}^* + S_{13} S_{13}^* = 1, \quad S_{13} S_{13}^* = 0, \quad S_{12} S_{24}^* + S_{13} S_{34}^* = 0$ (1)

$S_{12} S_{12}^* + S_{24} S_{24}^* = 1, \quad S_{12} S_{13}^* + S_{24} S_{34}^* = 0 \quad S_{24} S_{44}^* = 0$ (2)

$S_{33} S_{13}^* = 0, \quad S_{13} S_{12}^* + S_{34} S_{24}^* = 0, \quad S_{13} S_{13}^* + S_{33} S_{33}^* + S_{34}S_{34}^* = 1,$ (3)

$S_{33} S_{34}^* + S_{34} S_{44}^* = 0$

$S_{24} S_{12}^* + S_{34} S_{13}^* = 0, \quad S_{44} S_{24}^* = 0, \quad S_{33} S_{33}^* + S_{44} S_{34}^* = 0,$ (4)

$S_{24} S_{24}^* + S_{34} S_{34}^* + S_{44}S_{44}^* = 1$

denklemleri elde edilir. İdeal yönlü kuplörün özellikleri nedeniyle 1-3 ve 2-4 kapıları arasında kuplaj mevcuttur ve bu yüzden S_{13} ile S_{24} sıfırdan farklıdır. Böylece (1)'in ikinci, (2)'nin de üçüncü denklemi,

$S_{33} = S_{44} = 0$

olduğunu yani dört kapının da uyumlu olduğunu gösterir. Diğer yandan (1)'in üçüncü, (2)'nin ikinci eşitliğinden de, $\left|S_{12}S_{24}^*\right| = |S_{12}||S_{24}|$ olduğundan,

$$|S_{12}||S_{24}| = |S_{13}||S_{34}| \tag{5}$$

$$|S_{12}||S_{13}| = |S_{24}||S_{34}| \tag{6}$$

elde edilir. İlk denklem ikinciyle bölünürse,

$$\frac{|S_{24}|}{|S_{13}|} = \frac{|S_{13}|}{|S_{24}|} \tag{7}$$

veya;

$$|S_{12}| = |S_{24}| \qquad (8)$$

bulunur. Buna göre 1 ile 3 kapıları arasındaki kuplaj 2 ile 4 kapıları arasındaki kuplajla aynıdır. (8) deki ifade (5) de kullanılırsa,

$$|S_{12}| = |S_{34}| \qquad (9)$$

olur. Buna göre de, 1 ile 2 kapısı arasındaki kuplaj 3 ile 4 kapısı arasındaki kuplaja eşittir. Ayrıca (1) ve (2) nin ilk denklemlerine göre,

$$|S_{12}|^2 + |S_{13}|^2 = 1 \qquad (10)$$

$$|S_{12}|^2 + |S_{24}|^2 = 1 \qquad (11)$$

dir. $S_{12} = C_1$ (C_1 pozitif ve reel sayı) ve $S_{13} = jC_2$ (C_2 reel ve pozitif) olduğundan,

$$C_1^2 + C_2^2 = 1$$

olur. Bu durumda (6) dan,

$$S_{34} = C_1$$

dir. (1)'in son denklemine göre,

$$S_{24} = jC_2$$

olmalıdır. Böylece ideal bir yönlü kuplörün saçılma matrisi,

$$[S] = \begin{bmatrix} 0 & C_1 & jC_2 & 0 \\ C_1 & 0 & 0 & jC_2 \\ jC_2 & 0 & 0 & C_1 \\ 0 & jC_2 & C_1 & 0 \end{bmatrix}$$

olur.

PROBLEM 33: (a) Bir yönlü kuplörün kuplaj faktörü (C) ve yönelticiliği (D)'yi şekil çizerek tanımlayınız. (b) Yönlü kuplörün 3-kapısındaki çıkış gücü 1-kapısındaki giriş gücünün %50'si ise, kuplörün kaç dB'lik olduğunu hesaplayınız. (c) 4-kapısındaki işaret, kuple edilen işaretin %1'i ise, kuplörün yönelticiliğini hesaplayınız

ÇÖZÜM 33: a) Yukarıda verilen şekle göre, bir yönlü kuplörün kuplaj faktörü C, giriş gücünün kuplajlı çıkış gücüne oranı olarak, ve yönlü kuplörün yöneticiliği D, kuplajlı çıkış gücünün şekilde belirtilen dördüncü kapıdaki istenmeyen işaret gücüne oranı olarak,

$$C = 10\log\frac{P_i}{P_{03}}\,dB \qquad \text{ve} \qquad D = 10\log\frac{P_{03}}{P_{04}}\,dB$$

şeklinde tanımlanır.

b) $P_{03} = 0.5P_i$ olduğundan $C = 10\log\frac{P_i}{P_{03}}\,dB = 10\log\frac{P_i}{0.5P_i} = 10\log 2 = 3\ dB$ bulunur.

c) $P_{04} = 0.5P_{03}$ olduğundan $D = 10\log\frac{P_{03}}{P_{03}}\,dB = 10\log\frac{P_{03}}{0.01P_{03}} = 10\log 100 = 20\,dB$ elde edilir.