DURAN DALGA

Uygulamalarda, iletim hattı boyunca fazör voltaj veya akımının genliğini çizmek çok kolaydır. Bunlara kısaca **duran dalga (DD)** denir ve

Kayıpsız Hat

$$|V(d)| = |V^+| \cdot |1+\Gamma(d)|$$

$$|I(d)| = \left|\frac{V^+}{Z_0}\right| \cdot |1-\Gamma(d)|$$

Kayıplı Hat

$$|V(d)| = |V^+ e^{\alpha d}| \cdot |1+\Gamma(d)|$$

$$|I(d)| = \left|\frac{V^+ e^{\alpha d}}{Z_0}\right| \cdot |1-\Gamma(d)|$$

şeklinde elde edilir. **DD**, hat boyunca gelen ve yansıyan voltaj veya akım dalgalarının zamana bağımlı girişimlerinin sonucunu veren zarflardır. Başka bir deyişle, bilinen yük ve kaynak için, **DD** iletim hattının her noktasında oluşan voltaj veya akımın maksimum değerlerini gösterir. Yani, **DD** bir iletim hattındaki dalga girişiminin açık bir temsilidir. Ardışık maksimum ve minimumları gösterir. Bu maksimum ve minimumlar, gelen ve yansıyan dalgalar arasındaki yapıcı ve yok edici girişimler nedeniyle, **λ/2** peryodu ile uzayda tekrarlanır. Kayıpsız hat için **DD**, tam olarak **λ/2** peryodu ile tekrarlanarak, uzayın koordinatlarına göre periyodiktir. Dikkat edilmelidir ki; **DD**’nın maksimum ve minimumlarından bahsetmemize rağmen, her hangi bir osilasyon periyodu süresince iletim hattının bir yerinde voltaj veya akımın ulaşabileceği maksimum değeri her zaman göz önünde tutmamız gereklidir.

Şimdi tartışmayı, kayıpsız iletim hatları ile sınırlayalım. Daha önce belirtildiği gibi, **genelleştirilmiş yansıma katsayısı**,

$$\Gamma(d) = \Gamma_L e^{-j2\beta d} = |\Gamma_L| e^{j\theta_L} e^{-j2\beta d}$$

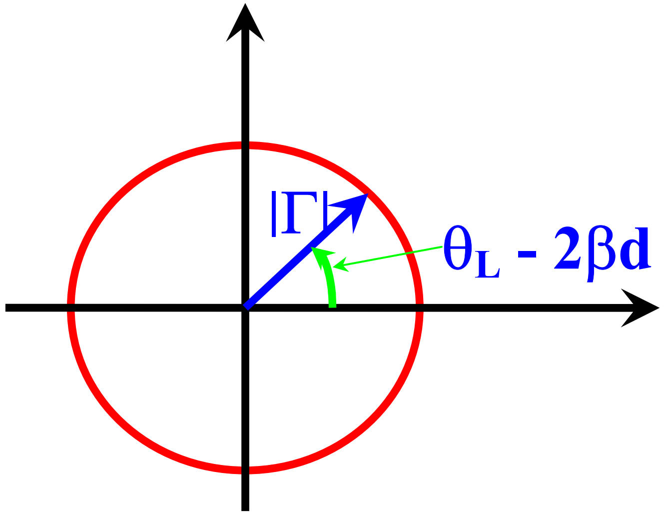
şeklinde değişir. Biliyoruz ki, imajiner argümanlı bir üstel terimin genliği daima bir’dir. Bu nedenle,

$$\left| e^{j\theta_L} e^{-j2\beta d} \right| = 1$$

yazılabilir. Yine, kayıpsız iletim hattının her hangi bir yerinde,

$$|\Gamma(d)| = |\Gamma_L|$$

eşitliği daima doğrudur. **d** uzunluğu yükten kaynağa doğru arttıkça, kompleks düzlemde genelleştirilmiş yansıma katsayısı, $\theta_L - 2\beta d$ açısıyla $|\Gamma_L|$ yarıçaplı bir daire üzerinde saat ibresi yönünde hareket eder.



Genelleştirilmiş yansıma katsayısının reel ve pozitif olduğu yerlerde, yani,

$$\Gamma(d) = |\Gamma_L|$$

$$e^{j\theta_L} e^{-j2\beta d} = 1 \qquad \Rightarrow \qquad |\theta_L - 2\beta d| = 2n\pi$$

olduğunda, voltaj **DD** (VDD) paterni maksimuma sahiptir. Bu noktalarda,

$$\left|1+\Gamma(\boldsymbol{d})\right| = 1+\left|\Gamma_{\boldsymbol{L}}\right|$$

$$\Rightarrow \quad \boldsymbol{V}_{\max} = \left|\boldsymbol{V}(\boldsymbol{d}_{\max})\right| = \left|\boldsymbol{V}^{+}\right| \cdot \left(1+\left|\Gamma_{\boldsymbol{L}}\right|\right)$$

dır. Bir maksimumdan bir sonraki maksimum noktasına giderken $\theta_{\boldsymbol{L}} - 2\beta\boldsymbol{d}$ faz açısı 2π kadar değişir. Bu değişim, ardışık iki maksimum nokta arasındaki mesafenin **λ/2** olduğu anlamına gelir.

Genelleştirilmiş yansıma katsayısının reel ve negatif olduğu yerlerde, yani,

$$\Gamma(\boldsymbol{d}) = -\left|\Gamma_{\boldsymbol{L}}\right|$$

$$\boldsymbol{e}^{\boldsymbol{j}\theta_L} \boldsymbol{e}^{-\boldsymbol{j}2\beta\boldsymbol{d}} = -1 \qquad \Rightarrow \qquad \left|\theta_{\boldsymbol{L}} - 2\beta\boldsymbol{d}\right| = (2\boldsymbol{n}+1)\pi$$

olduğunda, voltaj **DD** (VDD) paterni minimuma sahiptir. Bu noktalarda,

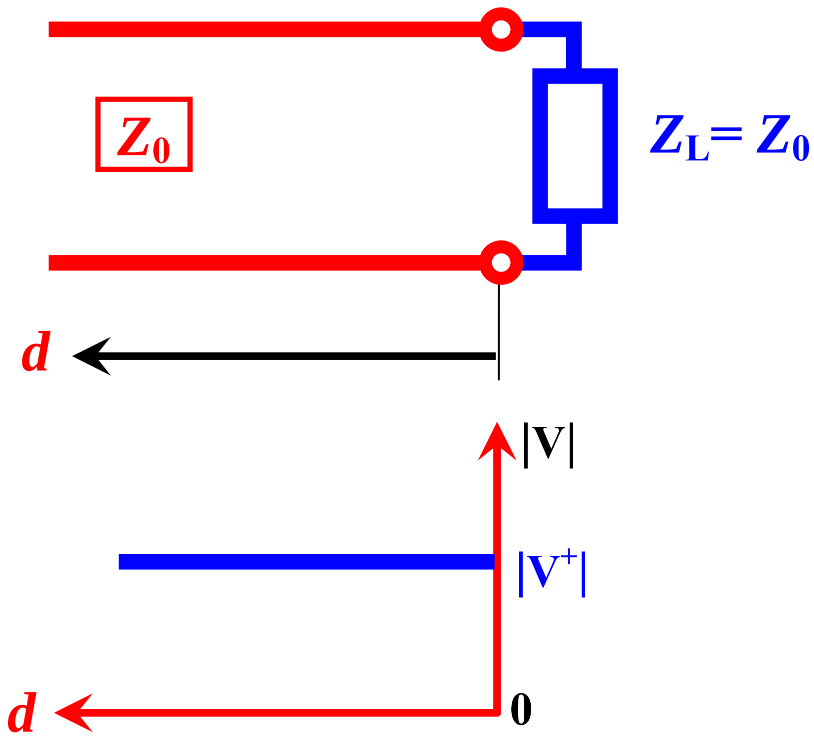
$$\left|1+\Gamma(\boldsymbol{d})\right| = 1-\left|\Gamma_{\boldsymbol{L}}\right|$$

$$\Rightarrow \quad \boldsymbol{V}_{\min} = \left|\boldsymbol{V}(\boldsymbol{d}_{\min})\right| = \left|\boldsymbol{V}^{+}\right| \cdot \left(1-\left|\Gamma_{\boldsymbol{L}}\right|\right)$$

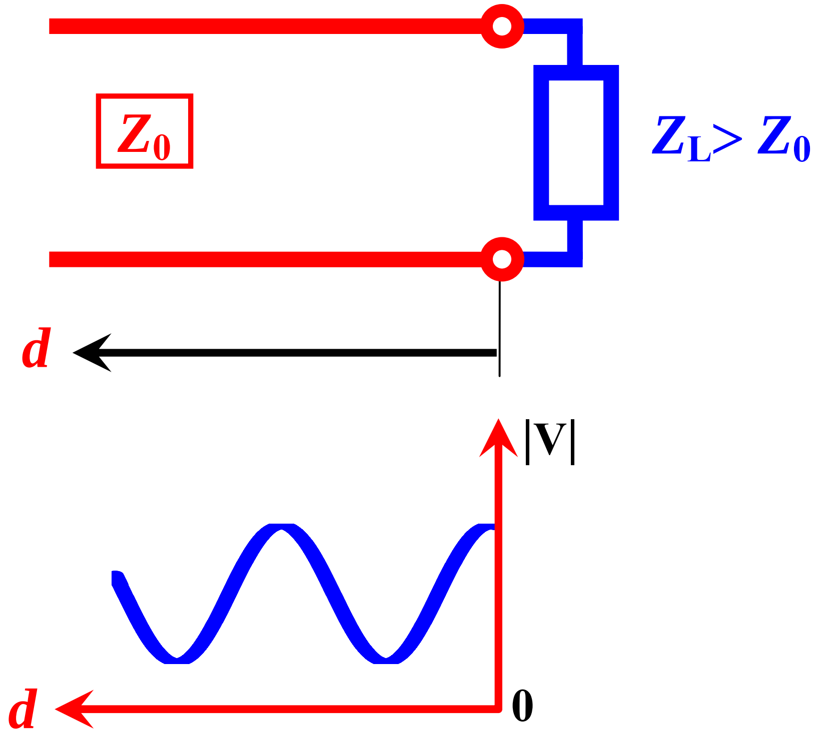
dır. Bir minimumdan bir sonraki minimum noktasına giderken $\theta_{\boldsymbol{L}} - 2\beta\boldsymbol{d}$ faz açısı 2π kadar değişir. Bu değişim, yine ardışık iki minimum nokta arasındaki mesafenin **λ/2** olduğu anlamına gelir.

VDD paterni iletim hattı devresi hakkında hemen şu bilgileri sağlar:

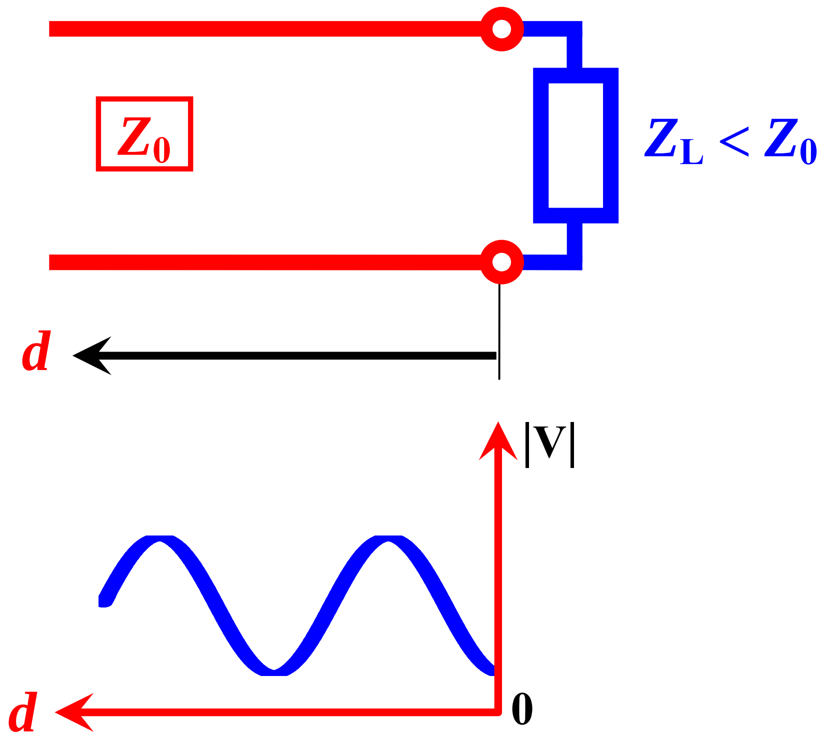
- Yük empedansı iletim hattı ile uyumlu ise $(Z_L=Z_0)$ VDD paterni düzdür ve genliği $\left|V^+\right|$ dır.



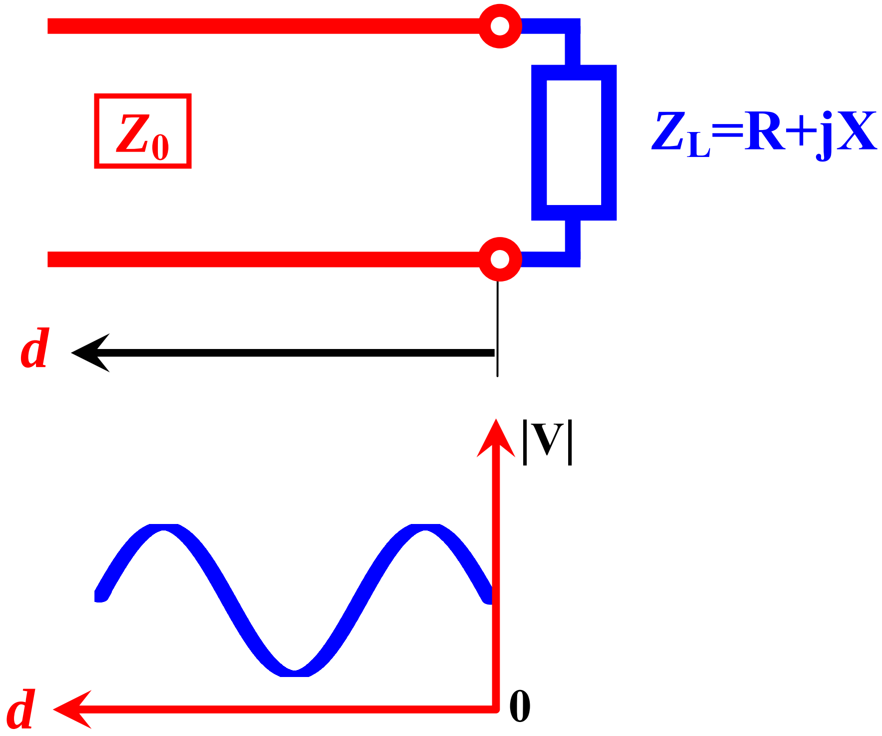
- Yük empedansı reel ve $Z_L > Z_0$ ise, VDD paterni yükte bir maksimumla başlar.



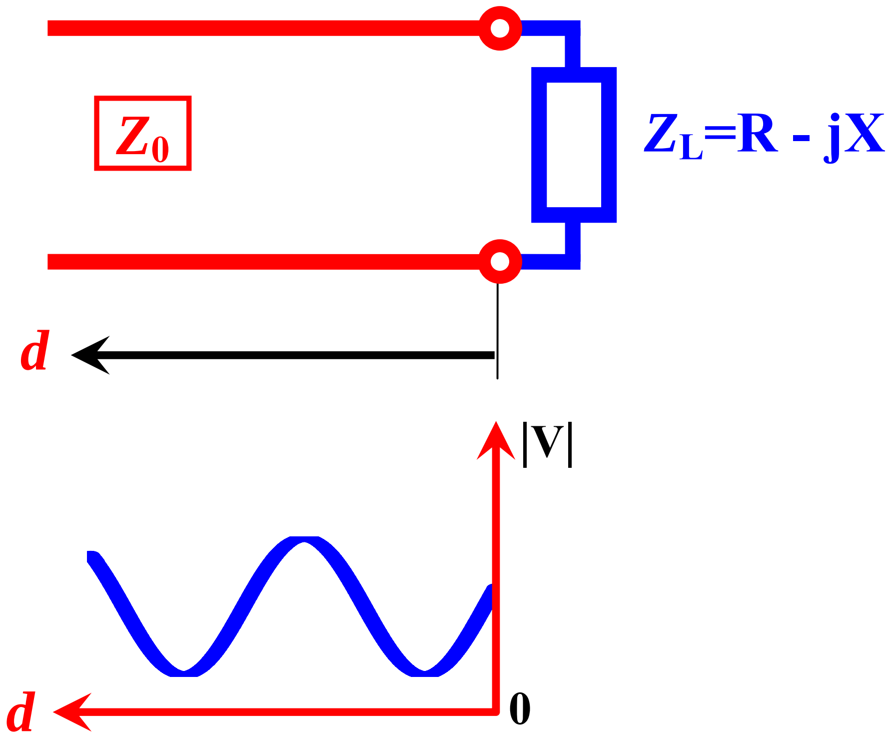
- Yük empedansı reel ve $Z_L < Z_0$ ise, VDD paterni yükte bir minimumla başlar.



- Yük empedansı kompleks ve **Im [Z_L] > 0** (indüktif reaktans) ise, VDD paterni yükten kaynağa doğru gittikçe artar ve önce bir maksimuma ulaşır.



- Yük empedansı kompleks ve $\mathbf{Im}\ [Z_L] < 0$ (kapasitif reaktans) ise, VDD paterni yükten kaynağa doğru gittikçe azalır ve önce bir minimuma ulaşır.



Mümkün olan bütün durumlarda,

$$\left|\Gamma(\boldsymbol{d})\right| \leq 1$$

olduğundan,

$$\left|\boldsymbol{V}(\boldsymbol{d})\right| = \left|\boldsymbol{V}^{+}\right| \cdot \left|(1+\Gamma(\boldsymbol{d}))\right|$$

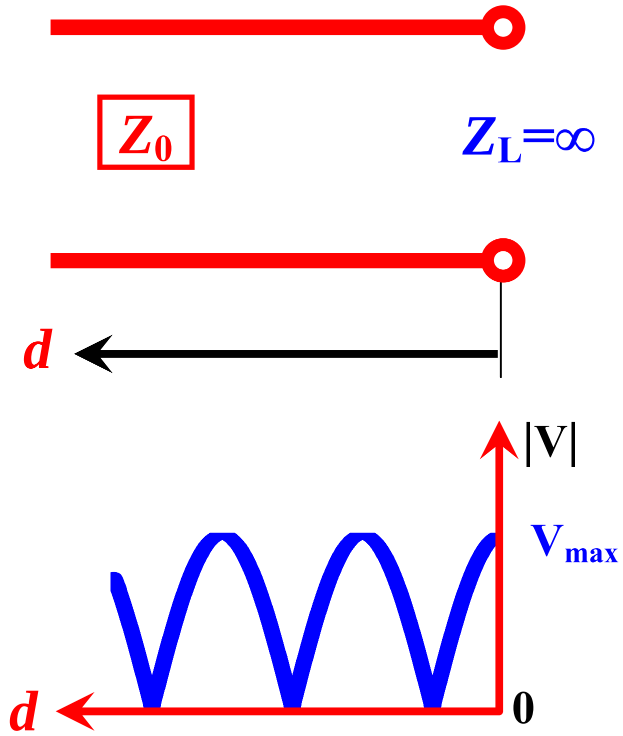
şeklindeki **VDD** paterni, kayıpsız iletim hattında $2 \cdot \left|\boldsymbol{V}^{+}\right|$ değerini aşamaz. Yük kısa devre, açık devre yada saf reaktif ise, yükte her hangi bir güç harcanamayacağından,

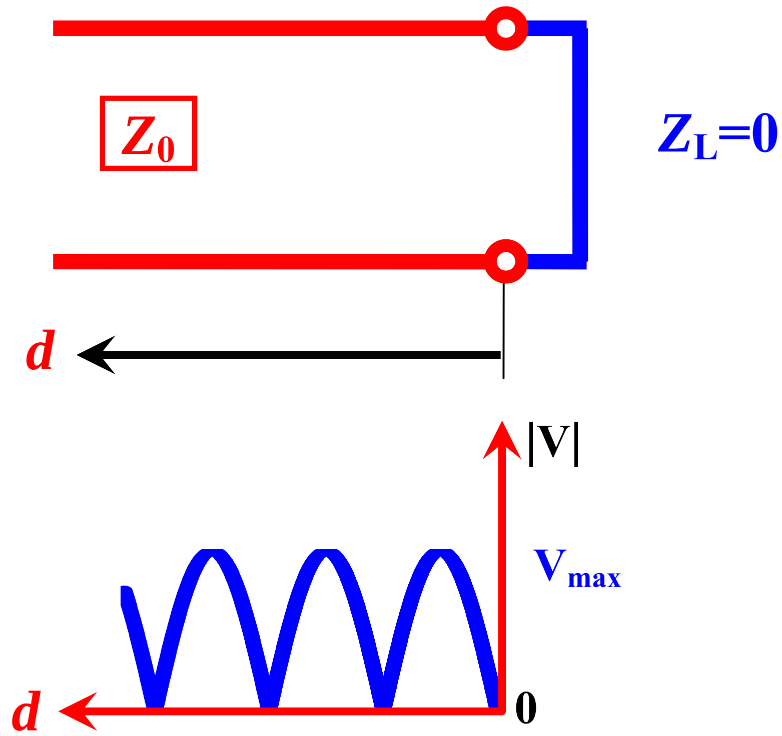
$$\left|\Gamma(\boldsymbol{d})\right| = 1$$

şeklinde bir tam yansıma oluşur. Bu durumlarda **VDD** paterni,

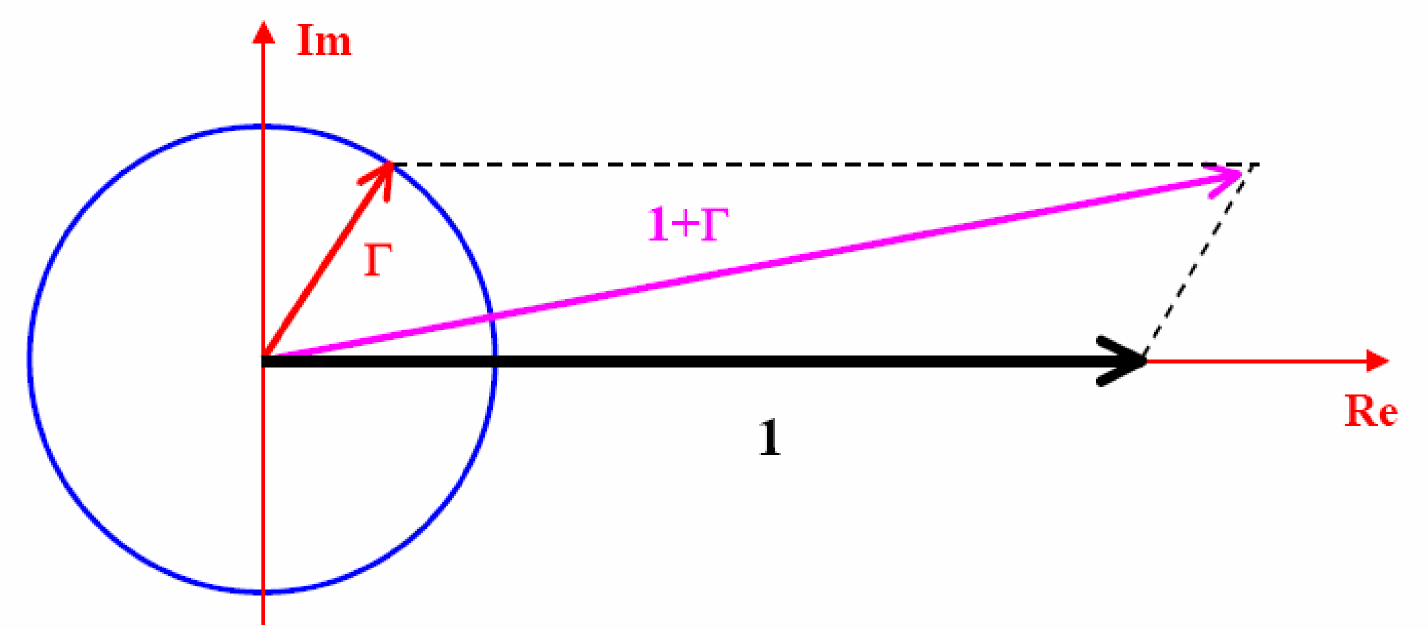
$\boldsymbol{V}_{\max} = 2 \cdot \left|\boldsymbol{V}^{+}\right|$ ve $\boldsymbol{V}_{\min} = 0$

değerlerine sahip olur.


Z0
ZL=∞
d
|V|
Vmax
d
0

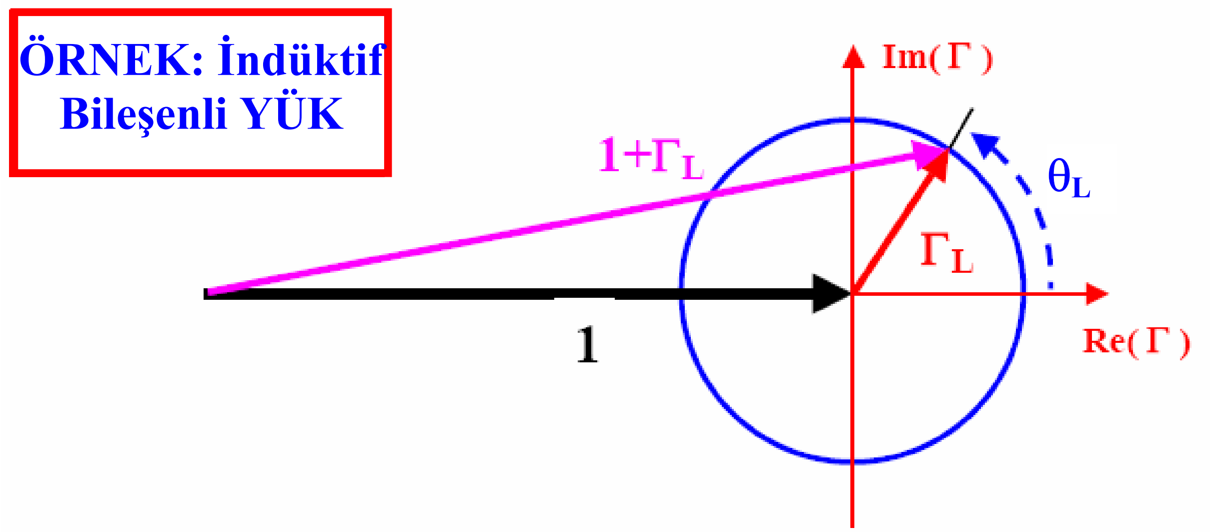

Z0
ZL=0
d
|V|
Vmax
d
0

1+Γ(d) büyüklüğü, genel olarak, kompleks düzlemde bir vektör oluşturabilecek bir kompleks sayıdır. **1 sayısı** kompleks düzlemde **1+j0** şeklinde gösterilir ve Reel eksen üzerinde konumlanmış, koordinatları **(1,0)** olan bir vektördür. **Γ(d)** yansıma katsayısı, $|\Gamma(d)| \leq 1$ olacak şekilde bir kompleks sayıdır.

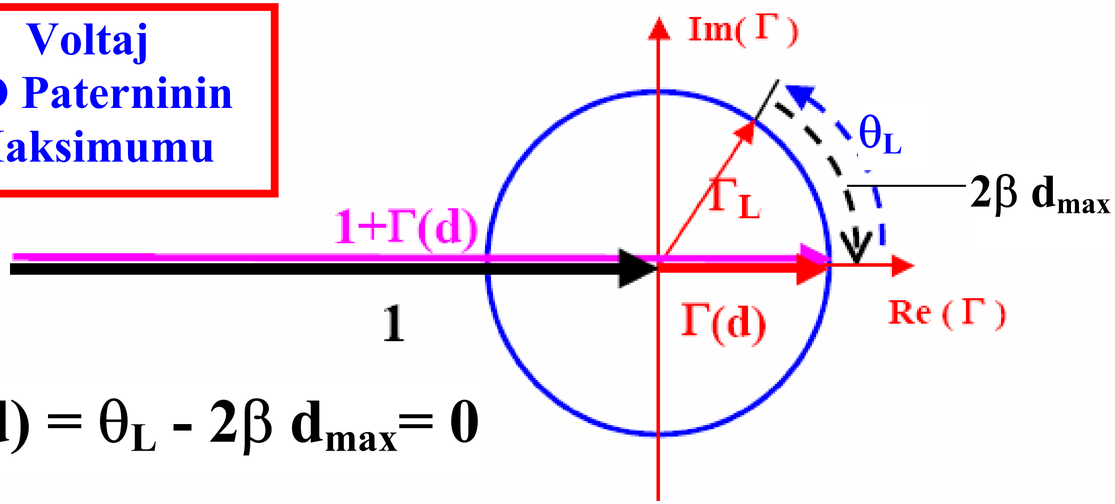


$$\left|V(d)\right| = \left|V^{+}\right| \cdot \left|\left(1+\Gamma(d)\right)\right|$$

ile tanımlanan **VDD** paterninin davranışını canlandırmak için bir geometrik yapı oluşturabiliriz. Bunun için, basitçe $\left|\left(1+\Gamma(d)\right)\right|$ teriminin bir vektör diyagramına bakmak gerekir. $\left|V^{+}\right|$, kaynaktan sabitlenen bir ölçekleme faktörüdür. Kolaylık açısından, **(1,0)** vektörünün ucundaki yansıma katsayısını gösteren kompleks düzlemi referans olarak yerleştirelim.

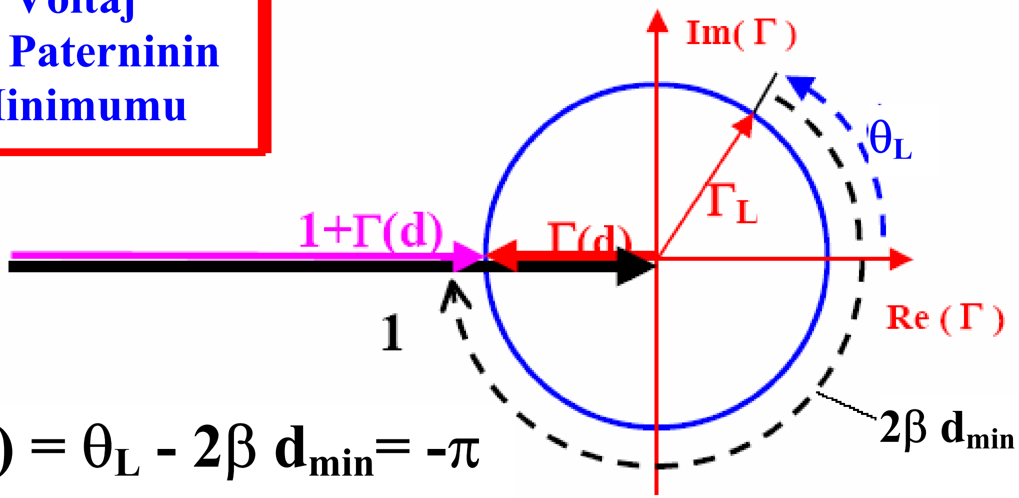


**Voltaj
DD Paterninin
Maksimumu**



$$\angle\,\Gamma(d) = \theta_L - 2\beta\, d_{max} = 0$$

**Voltaj
DD Paterninin
Minimumu**



$$\angle\,\Gamma(d) = \theta_L - 2\beta\, d_{min} = -\pi$$

Voltaj Duran Dalga Oranı (VSWR – VDDO), mühendislik uygulamalarında yaygın olarak kullanılan yük uyumunun, yani maksimum enerji transferinin bir göstergesidir ve **S** harfi ile gösterilerek,

$$\boldsymbol{V}\mathrm{SWR} = \mathrm{VDDO} = \mathrm{S} = \frac{\boldsymbol{V}_{\max}}{\boldsymbol{V}_{\min}} = \frac{1+|\Gamma_{\boldsymbol{L}}|}{1-|\Gamma_{\boldsymbol{L}}|}$$

şeklinde ifade edilebilir. Yük empedansı iletim hattına mükemmel uyumlu ise,

$$\Gamma_{\boldsymbol{L}} = 0 \qquad \Rightarrow \qquad \mathrm{S} = 1$$

olur. Yük **kısa devre**, **açık devre** veya **saf reaktans** ile sonlandırılmış ise,

$$|\Gamma_{\boldsymbol{L}}| = 1 \qquad \Rightarrow \qquad \mathrm{S} \to \infty$$

olur. Ayrıca yansıma katsayısı da, **DDO** cinsinden,

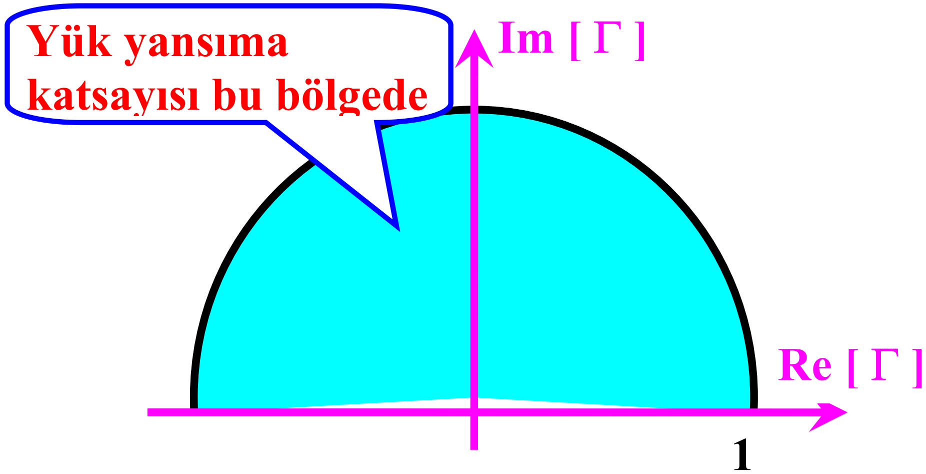
$$|\Gamma_{\boldsymbol{L}}| = \frac{\boldsymbol{VSWR}-1}{\boldsymbol{VSWR}+1} = \frac{\boldsymbol{S}-1}{\boldsymbol{S}+1}$$

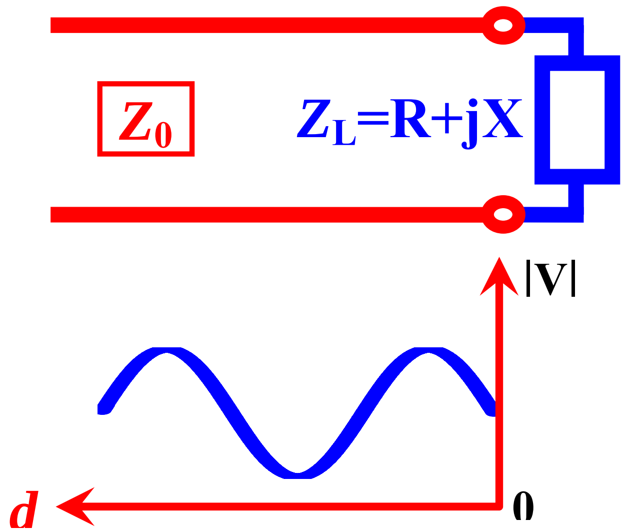
şeklinde ifade edilebilir.

Voltaj Duran Dalga paterninin maksimum ve minimumları,

❖ İndüktif Reaktanslı Yük

$$\mathrm{Im}\{\boldsymbol{Z}_{\mathrm{L}}\} > 0 \qquad \Rightarrow \qquad \mathrm{Im}\{\Gamma_{\mathrm{L}}\} = \mathrm{Im}\left\{\frac{\boldsymbol{Z}_{\mathrm{L}} - \boldsymbol{Z}_0}{\boldsymbol{Z}_{\mathrm{L}} + \boldsymbol{Z}_0}\right\} > 0$$



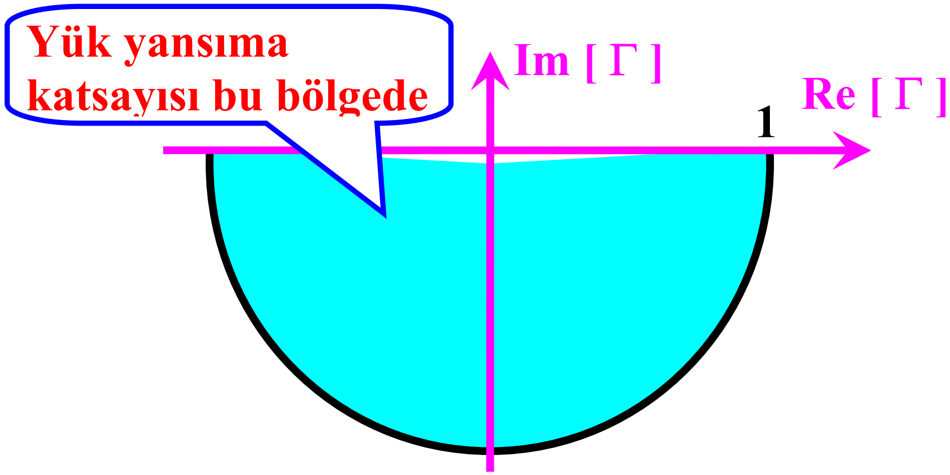


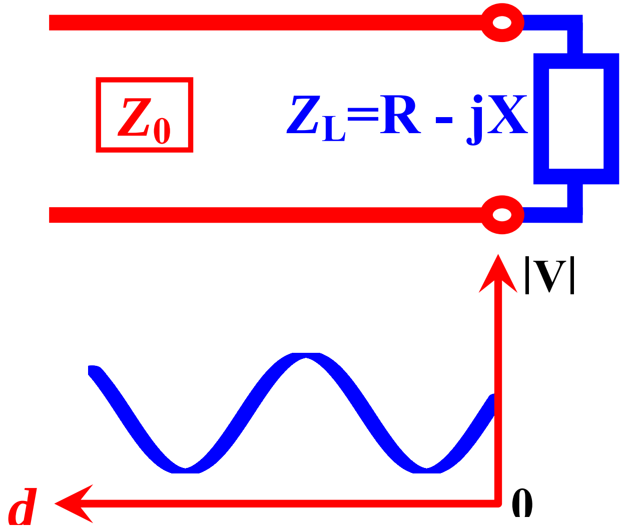
Bu durumda VDD paterninin ilk maksimumu yüke en yakın extrem noktasıdır. Bu noktanın yüke uzaklığı,

$$\angle\Gamma(\boldsymbol{d}) = \theta_{\boldsymbol{L}} - 2\beta \mathrm{d}_{\max} = 0 \qquad \Rightarrow \qquad \mathrm{d}_{\max} = \frac{\theta_{\boldsymbol{L}}}{4\pi}\lambda$$ eşitliği ile hesaplanır.

Kapasitif Reaktanslı Yük

$$\mathrm{Im}\{\boldsymbol{Z}_\mathrm{L}\} < 0 \quad \Rightarrow \quad \mathrm{Im}\{\Gamma_\mathrm{L}\} = \mathrm{Im}\left\{\frac{\boldsymbol{Z}_\mathrm{L} - \boldsymbol{Z}_0}{\boldsymbol{Z}_\mathrm{L} + \boldsymbol{Z}_0}\right\} < 0$$





Bu durumda VDD paterninin ilk minimumu yüke en yakın extrem noktasıdır. Bu noktanın yüke uzaklığı,

$$\angle\Gamma(\boldsymbol{d}) = |\theta_{\boldsymbol{L}} - 2\beta \mathrm{d}_{\max}| = \pi \quad \Rightarrow \quad \mathrm{d}_{\min} = \frac{|\pi - \theta_{\boldsymbol{L}}|}{4\pi}\lambda$$

eşitliği ile hesaplanır.

Böylece, VDD paterninin ölçümü, ilk voltaj maksimumunun ve ilk voltaj minimumunun yükten uzaklığını belirleme imkanı sağlar. Bu noktalardaki voltaj genliklerinin oranı, yani maksimum voltajın minimum voltaja oranı **Voltaj Duran Dalga Oranı (VSWR – VDDO)**'nı verir.

YÜK EMPEDANSININ HESABI

Hattın **karakteristik empedansı Z_0** biliniyorsa, **Z_L yük empedansını belirlemek** için **VSWR – VDDO** yeterlidir. Bunun için,

- **1. ADIM:** Bilinen DDO yardımıyla yük yansıma katsayısının genliği,

$$\left|\Gamma_L\right| = \frac{S-1}{S+1}$$

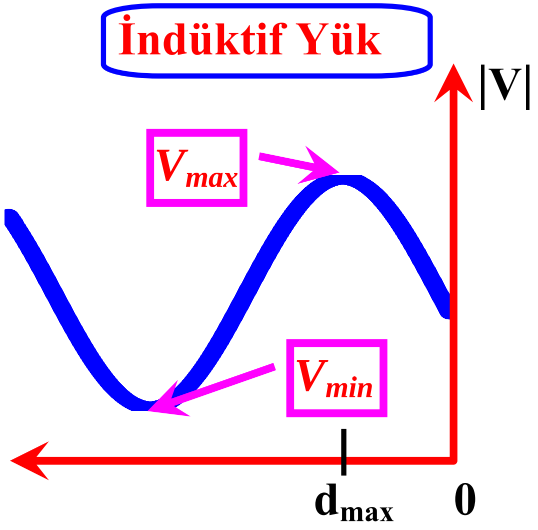
eşitliğinden bulunur.

- **2. ADIM:** İlk voltaj maksimumu veya minimumunun yükten uzaklığı (yani, d_{max} veya d_{min}) yük yansıma katsayısının fazını verir.

İndüktif reaktans için, **yüke en yakın** ekstrem nokta voltaj **maksimumu** olduğundan, yansıma katsayısının fazı

$$\theta_L = 2\beta d_{max} = \frac{4\pi}{\lambda} d_{max}$$

şeklinde yazılabilir.

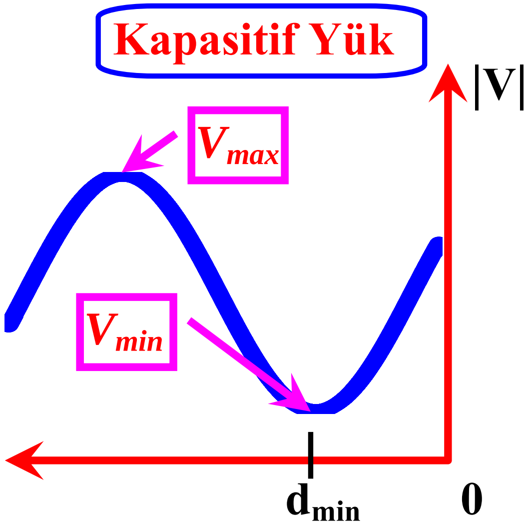


$$\boxed{\theta_L = \frac{4\pi}{\lambda} d_{max}}$$

Benzer şekilde, kapasitif reaktans için, **yüke en yakın** ekstrem nokta voltaj **minimumu** olduğundan, yansıma katsayısının fazı

$$\theta_L = -\pi + 2\beta \mathrm{d}_{\min} = -\pi + \frac{4\pi}{\lambda}\mathrm{d}_{\min}$$

şeklinde elde edilir.



$$\boxed{\theta_L = -\pi + \frac{4\pi}{\lambda}\mathrm{d}_{\min}}$$

❖ **3. ADIM:** Yansıma katsayısı,

$$\Gamma_L = |\Gamma_L| e^{j\theta_L} = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}$$

şeklinde yazılabileceğinden, bu eşitlikten

$$Z_L = Z_0 \frac{1 + |\Gamma_L| e^{j\theta_L}}{1 - |\Gamma_L| e^{j\theta_L}}$$

şeklindeki yük empedansı elde edilir.