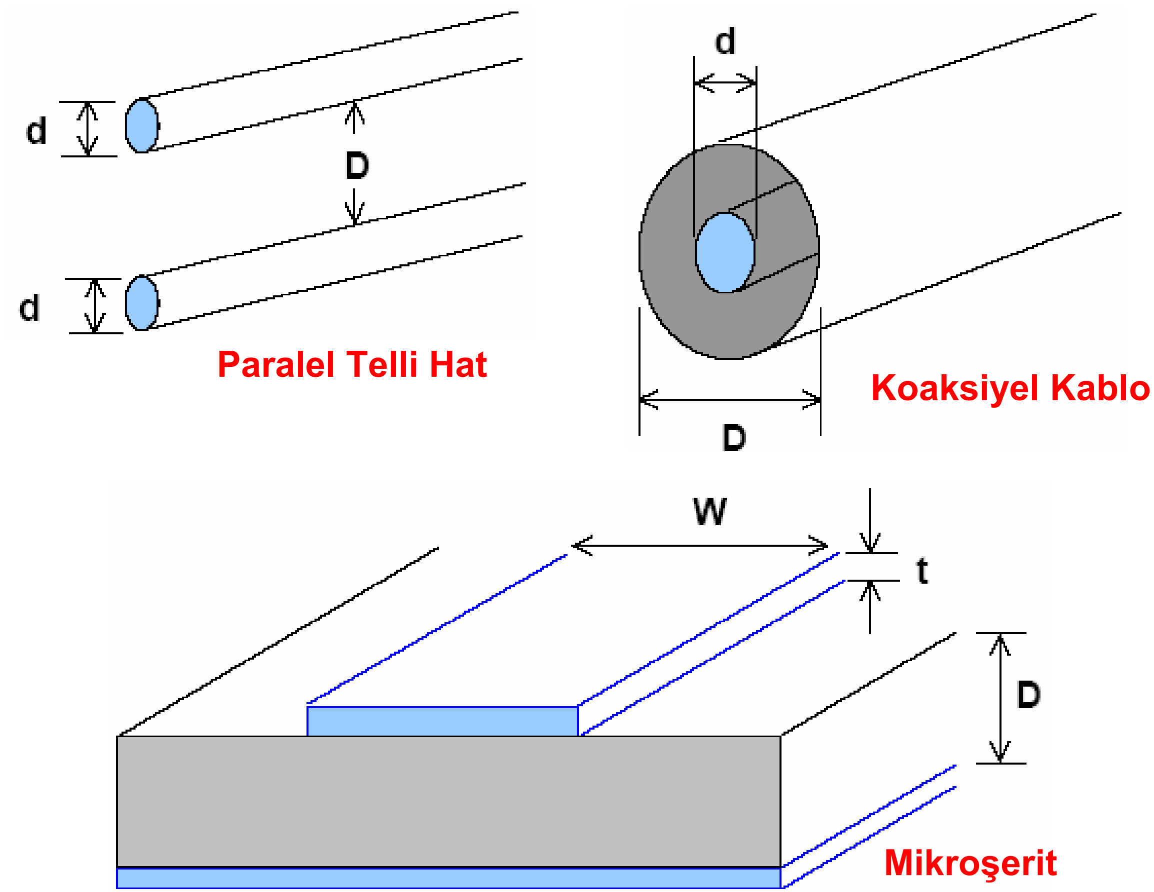
İLETİM HATLARI

2.1. GİRİŞ

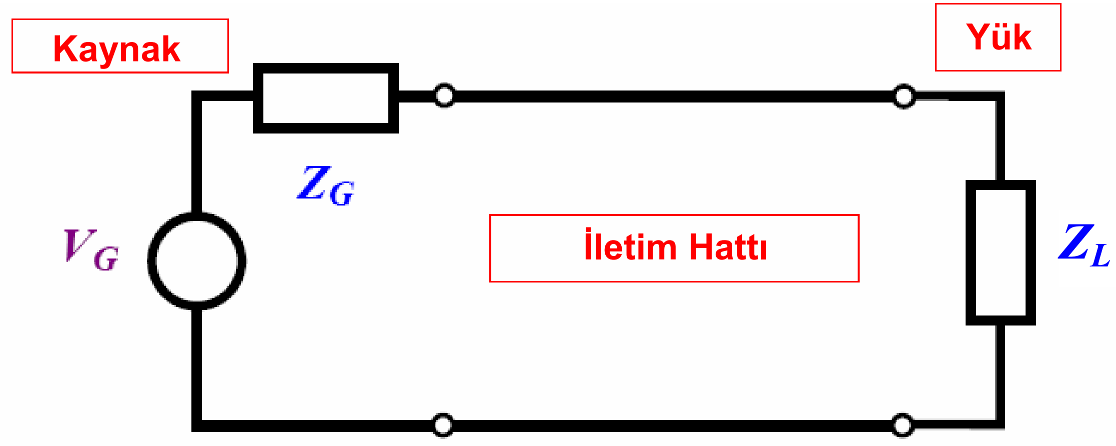
Mikrodalga enerjisinin bir yerden başka bir yere iletimi tipik bir mühendislik problemidir. Bu iletimi gerçekleştirmek için kullanılan **iletim hattı**, kaynak ile yük arasında doğrudan bağlantı sağlayan bir devre elemanıdır. Boyutları ve elektriksel özellikleri yayılma (propagasyon) yönüne dik düzlem içinde değişmeyen iletim hatları **üniform hat** olarak adlandırılır. Eğer iletim hatlarının uçları kendi karakteristik empedansı ile sonlandırılırsa maksimum enerji transferi sağlanır ve böyle bir iletim hattı **uyumlu hat** olarak adlandırılır.

Alçak frekans devrelerindeki bütün empedans elemanları toplu devre elemanlarıdır. Ancak, yüksek frekanslarda kullanılan iletim yapıları için aynı tanım kullanılamaz. Mikrodalga frekanslarında küçük iletken parçaları indüktans ve iletken parçaları arasındaki ortam kapasitans özelliği gösterir. Bu elemanlar, iletkenler boyunca dağılmış durumdadırlar ve iletkenlerin her noktasında etkindirler. Mikrodalgaların dalga boyları iletim hattının fiziksel boyuna oranla daha kısa olduğundan, dağılmış parametreler toplu parametre eşdeğeri ile doğru olarak gösterilemezler. Bu yüzden, mikrodalga iletim hatları, sadece dağılmış devre teorisi yardımıyla, voltaj, akım ve empedans cinsinden analiz edilebilir.

İletim hatları çeşitli şekillerde gerçekleştirilebilir. Günümüzdeki en genel örnekleri, şekil.2.1'de gösterilen paralel telli hat, koaksiyel kablo ve mikroşerit'dir. Kolaylık açısından, devre bağlantılarını göstermek için, pek çok devre diyagramında paralel telli iletim hattı kullanılır (bkz. Şekil.2.2). Ancak, iletim hatlarının bütün tiplerine aynı teori uygulanır.



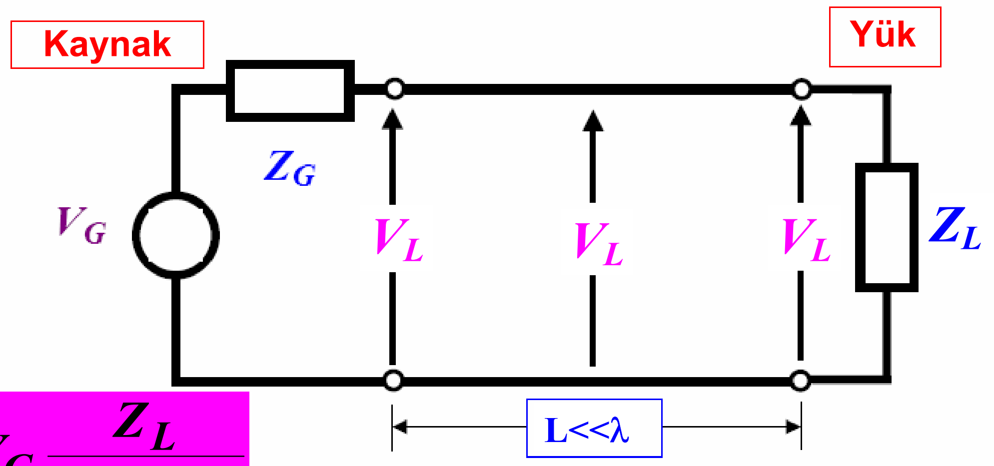
Şekil.2.1 Genel iletim hatları



Şekil.2.2 Bir mikrodalga devresinde bir iletim hattının gösterimi

2.2. İLETİM HATTI EŞDEĞERİ VE İLETİM HATTI DENKLEMLERİ

Alçak frekans devreleri ile çalışırken, çeşitli devre elemanlarını bağlamak için kullanılan bütün hatlar, üzerinde gerilim düşümü ve hat ile birleşik empedansı olmayan (toplu empedans devreleri) mükemmel iletkenden yapılmış teller olarak düşünülebilir. Tellerin uzunluğu işaretin dalga boyundan çok daha küçük olduğu sürece bu durum geçerlidir. Bu durumda, her hangi bir anda aynı tel üzerindeki her noktada akım ve gerilim aynıdır (bkz..şekil.2.3).



$$V_L = V_G \frac{Z_L}{Z_G + Z_L}$$

Şekil.2.3 Alçak frekanslarda bir iletim hattı üzerindeki gerilim değerleri

Şimdi bazı örnekleri ele alalım. Bilindiği gibi, evlere sağlanan elektrik, ülkeye bağlı olarak, 50 veya 60 Hz frekanslı yüksek güçlü sinüzoidal işaretlerden oluşur. Teller arasındaki izolatörün hava ($\varepsilon \approx \varepsilon_0$) olduğu kabul edilirse, 50 Hz için dalga boyu,

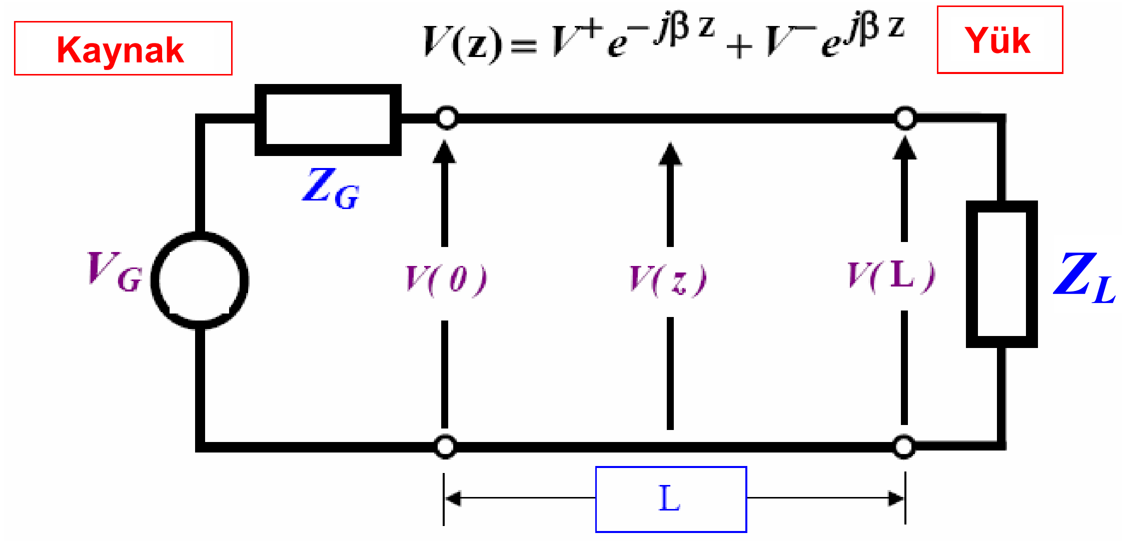
$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{50} = 6000\,\mathrm{km}$$

bulunur. Bu uzunluk, yaklaşık olarak Niğde-İstanbul arasındaki mesafenin 6 katı kadardır !!!. Şimdi bunu mikrodalga bölgesindeki bir frekans ile örneğin 50 GHz ile karşılaştıracak olursak dalga boyu,

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{50 \cdot 10^9} = 6\,\mathrm{mm}$$

bulunur. İki uzunluk karşılaştırıldığında daha anlamlı olacaktır.

Buradan çıkarılması gereken sonuç nedir?



Şekil.2.4 Mikrodalga frekanslarında bir iletim hattı üzerindeki gerilim değerleri

Yeteri kadar yüksek frekanslarda, dalga boyunun uzunluğu ile iletim hattının iletkenlerinin uzunluğu aynı mertebelerdedir. Akım ve gerilim iletim hattının her noktasında aynı değere sahip olamayacağından, hat boyunca akım ve gerilim bir dalga olarak yayılırlar. Bundan dolayı iletkenlerin empedans özellikleri ihmal edilemez (dağılmış empedans devreleri) (bkz.şekil.2.4).

Bilindiği gibi; bir kaynağın eşdeğer devresi, ideal bir AC gerilim kaynağının gerçek iç empedansıyla seri bağlanmasından ibarettir (bkz. şekil.2.5). Kaynak açık devre iken ($Z_L \to \infty$)

$$I_{in} = 0 \quad \text{ve} \quad V_{in} = V_G$$

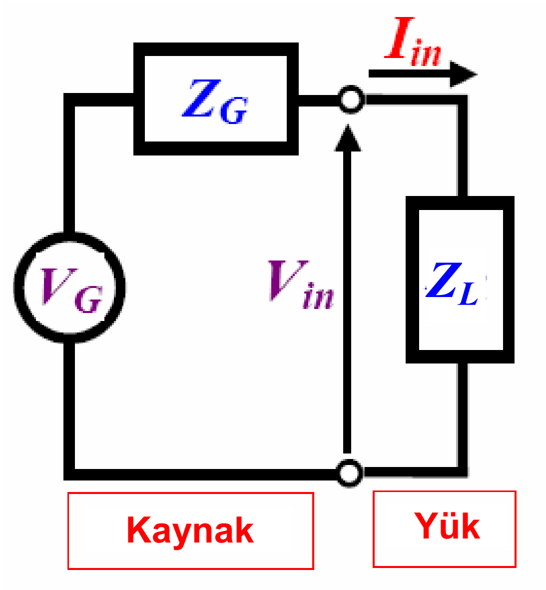
olur. Kaynak Z_L yüküne bağlandığında,

$$I_{in} = \frac{V_G}{Z_G + Z_L} \qquad V_{in} = Z_L \frac{V_G}{Z_G + Z_L}$$

olur. Z_L yükü kısa devre edilirse ($Z_L = 0$),

$$I_{in} = \frac{V_G}{Z_G} \quad \text{ve} \quad V_{in} = 0$$

olur.

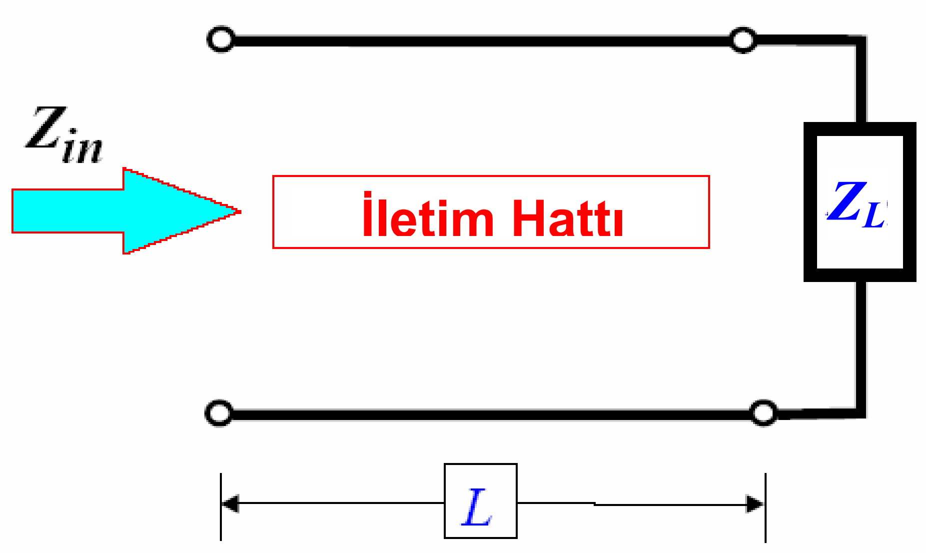


Şekil.2.5 Gerilim kaynağı eşdeğeri

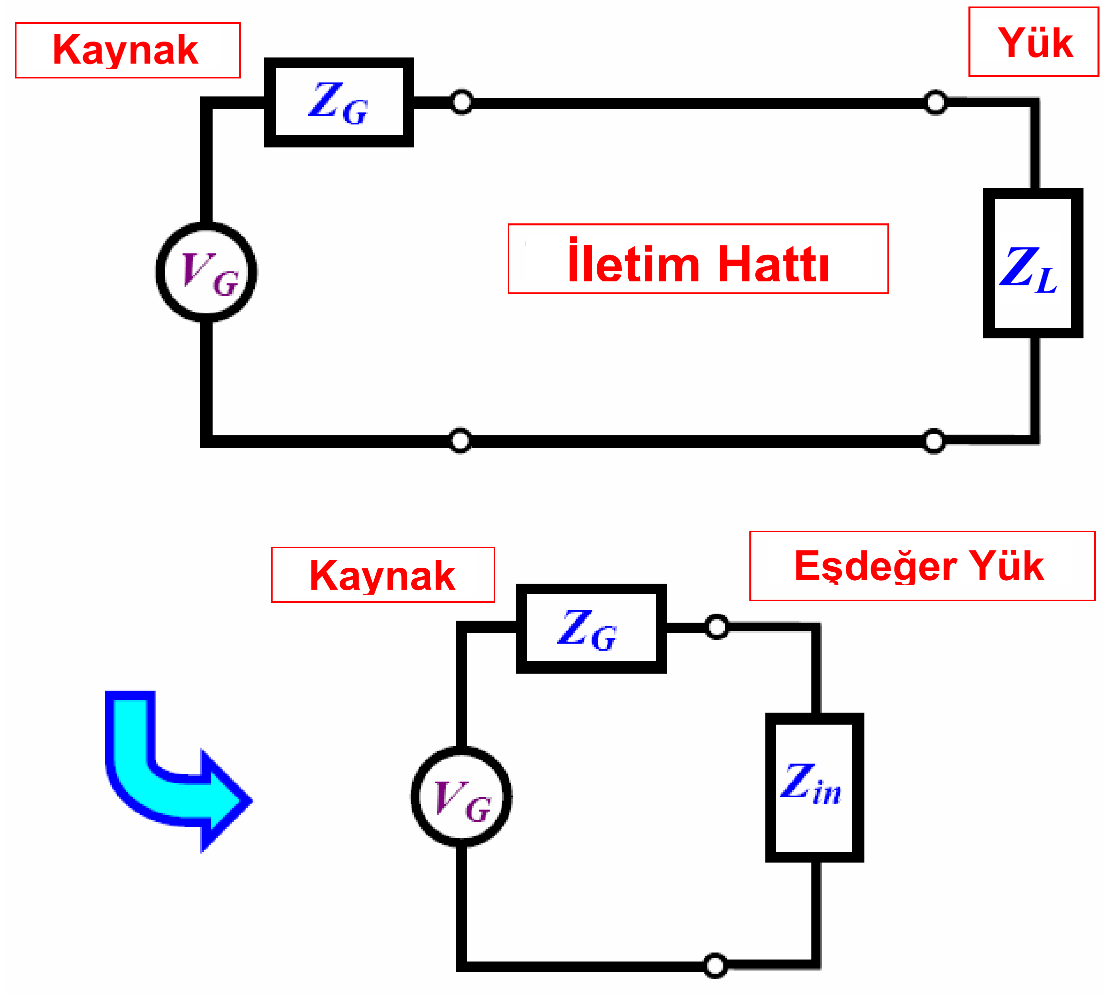
Bir uniform iletim hattıyla yüke bağlanan bir gerilim kaynağından oluşan sistem çalışabileceğimiz en basit problemdir. Bu durumda, aradaki iletim hattı nedeniyle, kaynaktan görünen empedans (çok özel durumlar dışında) yük empedansı ile aynı değildir. Sadece,

$L = n\frac{\lambda}{2}$ (n= tam sayı) iken, $Z_{in} = Z_L$

olur.



Şekil.2.6 Bir iletim hattının giriş empedansı

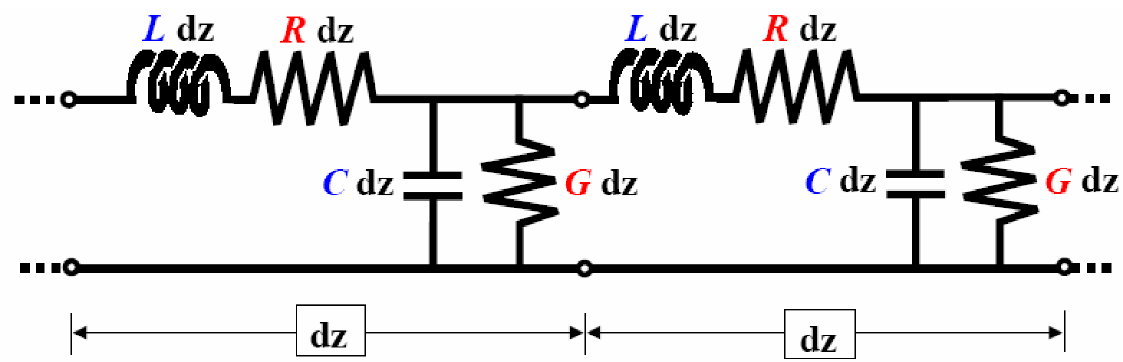


Şekil.2.7 İletim hattının giriş empedansının hesabı

Amaç, Z_L yük empedansı ile sonlandırılmış bir iletim hattının kaynaktan görünen eşdeğer empedansını bulmaktır. Bunun için devre teorisi yöntemleri kullanılabilir.

Bir uniform iletim hattı, boyutları ve elektriksel özellikleri iletim yönüne dik düzlem içinde değişmeyen, başka bir deyişle, sonsuz küçük uzunluktaki özdeş birim uzunluktaki hücrelerin kaskat bağlanmış hali olarak tanımlanabilen bir dağılmış devredir. Bir iletim hattını gerçekleştirmek için kullanılan iletkenler belirli bir seri dirence ve indüktansa sahiptir. İlave olarak, iletkenler arasında bir paralel kapasitans ve hatta iletkenler arasındaki dielektrik ortam mükemmel değilse, bir paralel kondüktans mevcuttur. Böylece bir iletim hattını dağılmış devre elemanları eşdeğeri ile şekil.2.8'deki gibi göstermek mümkündür (genel kayıplı hat modeli).

Burada R, L, C ve G empedans parametreleri,



Şekil.2.8 Kayıplı iletim hattının dağılmış parametreli eşdeğeri

R İletim hattının birim uzunluğundaki direnç (Ω/m)

L İletim hattının birim uzunluğundaki indüktansı (H/m)

C İletim hattının birim uzunluğundaki kapasitansı (F/m)

G İletim hattının birim uzunluğundaki kondüktansı (S/m)

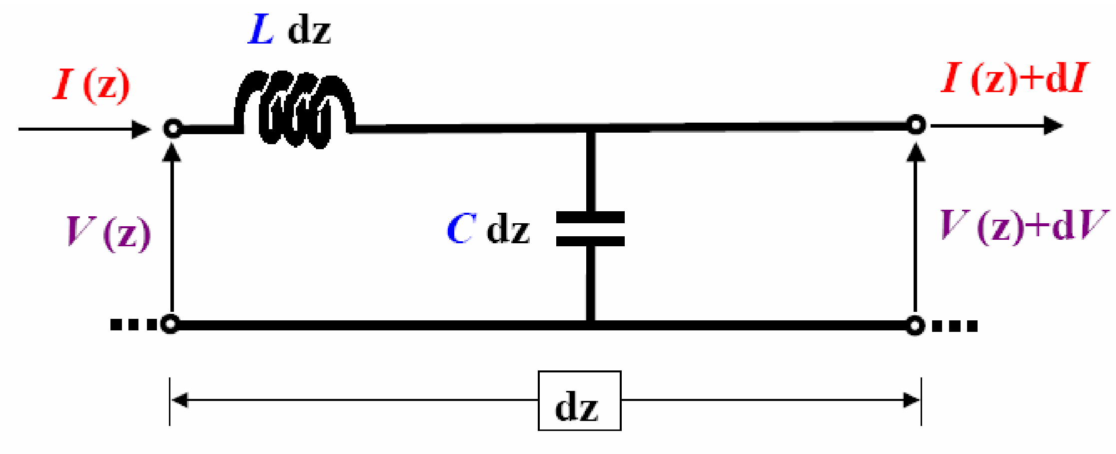
belirtmektedir. Her bir birim uzunluktaki hücrenin sonsuz küçük uzunluğu dz olmak üzere, dağılmış devrenin her bir hücresi, değeri ***R*dz**, ***L*dz**, ***C*dz** ve ***G*dz** olan empedans elemanlarına sahip olacaktır.

Eğer akım ve gerilim vasıtasıyla dağılmış devrenin bir elemanter hücresinin diferansiyel davranışını belirleyebilirsek, iletim hattının tamamını tanımlayan genel bir diferansiyel denklem bulabiliriz. Uzunluğu boyunca hat uniform olduğundan bunu yapmak mümkündür.

Böylece, yapmamız gereken bütün iş, dağılmış devrenin bir tek birim uzunluktaki elemanter hücresinde gerilim ve akımın nasıl değiştiğini bilmektir. Aşağıda kayıpsız ve kayıplı iletim hatlarının analizi ayrı ayrı yapılacaktır. Kolaylık açısından kayıpsız hat analizi ile işleme başlayacağız.

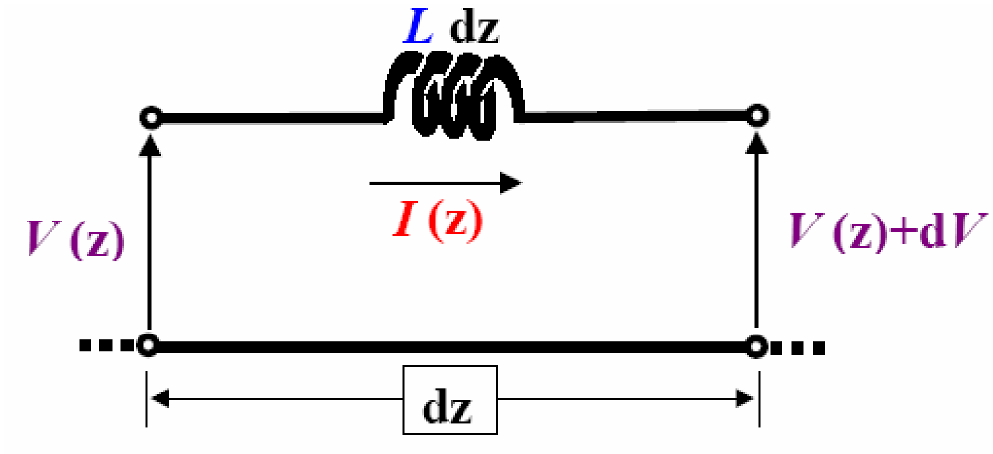
2.2.1 KAYIPSIZ İLETİM HATLARI

Pek çok durumda, iletim hattındaki rezistif etkileri ihmal etmek ($R=0$, $G=0$) mümkündür. Böyle bir yaklaşımda, sadece reaktif elemanlar mevcut olacağından ısı (omik) kaybı olmayacaktır. Kayıpsız iletim hattının birim hücresinin eşdeğer devresi şekil.2.9'da gösterilmiştir.



Şekil.2.9 Kayıpsız iletim hattının eşdeğer devresi

Şekil.2.10'daki devreye göre, seri indüktans birim uzunluktaki hücrenin girişinden çıkışına gerilim değişimini belirler. Bu durumda devre denklemi,



Şekil.2.10 Seri indüktör etkisi

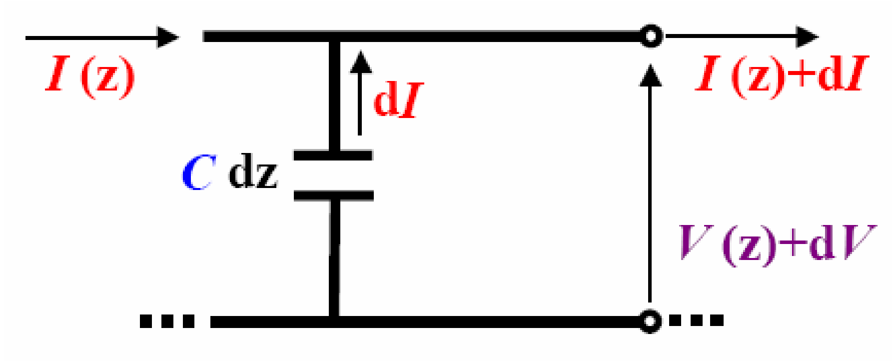
$$(V + dV) - V = -j\omega L dz I$$

olur. Bu eşitlik, gerilim için

$$\frac{dV}{dz} = -j\omega L I$$

şeklinde birinci mertebeden bir diferansiyel denklem verir.

Paralel kapasitörden geçen akım birim uzunluktaki hücrenin girişinden çıkışına akımdaki değişimi belirler. Şekil.2.11'deki devre için denklem,



Şekil.2.11 Paralel kapasitör etkisi

$$dI = -j\omega Cdz(V + dV) = -j\omega CVdz - -j\omega CdVdz$$

şeklinde verilebilir. Yukarıdaki denklemde dVdz'i içeren ikinci terim, sonsuz küçük dz uzunluğu için çok hızlı bir şekilde sıfıra yaklaşır ve bu nedenle ihmal edilebilir. Sonuç olarak, akım için birinci mertebeden diferansiyel denklem,

$$\frac{dI}{dz} = -j\omega CV$$

şeklinde elde edilir. Böylece, uniform iletim hattındaki akım ve gerilimi tanımlayan bir çift kuple birinci mertebeden diferansiyel denklem,

$$\begin{cases} \dfrac{dV}{dz} = -j\omega LI \\ \dfrac{dI}{dz} = -j\omega CV \end{cases}$$

şeklinde elde edilmiş oldu. Bu denklemler, kayıpsız iletim hatları için TELGRAFÇILAR DENKLEMİ olarak bilinir. Bu denklemler uzayın koordinatlarına göre türevlenerek, kuplajsız bir denklem takımı elde edilebilir. Yukarıdaki uygun telgrafçılar denklemi kullanılıp, birinci mertebeden diferansiyel terimler ihmal edilerek,

$$\boxed{\frac{dI}{dz} = -j\omega CV}$$

$$\begin{cases} \dfrac{d^2V}{dz^2} = -j\omega L\dfrac{dI}{dz} = j\omega L(j\omega CV) = -\omega^2 LCV \\ \dfrac{d^2I}{dz^2} = -j\omega C\dfrac{dV}{dz} = j\omega C(j\omega LI) = -\omega^2 LCI \end{cases}$$

$$\boxed{\frac{dV}{dz} = -j\omega LI}$$

şeklindeki denklemler elde edilir. Şimdi, kayıpsız iletim hattının eşdeğer tanımını veren akım ve gerilim için iki kuplajsız ikinci mertebeden diferansiyel denklemler elde edildi. Bu denklemler matematiksel olarak, dalga denklemleridir ve birbirinden bağımsız olarak çözülebilirler. Gerilim denklemi için genel çözüm,

$$V(z) = V^{+}e^{-j\beta z} + V^{-}e^{j\beta z}$$

şeklindedir. Burada dalganın yayılma sabiti,

$$\beta = \omega\sqrt{LC}$$

şeklindedir. β yayılma sabitini içeren kompleks exponansiyel terimler birim genliğe ve saf imajiner argümana sahiptir. Bu nedenle, sadece uzaydaki dalganın fazını etkilerler. Faz sabiti β ayrıca,

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi f}{v_p} = \frac{\omega}{v_p} = \frac{\omega\sqrt{\varepsilon_r \mu_r}}{c} = \omega\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}\sqrt{\varepsilon_r \mu_r} = \omega\sqrt{\varepsilon\mu}$$

şeklinde de ifade edilebilir. Burada $\lambda = v_p / f$ iletim hattının iletkenlerini kuşatan dielektrik ortamdaki dalga boyudur ve dielektrik ortamdaki dalganın faz hızı,

$$v_p = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon_r \mu_0 \mu_r}} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$$

şeklinde verilebilir. Görülebileceği gibi, yayılma sabiti β bir çok farklı eşdeğer formda yazılabilir. İletim hattındaki akım dağılımı, gerilim için elde edilen sonucun türevlenmesiyle,

$$\frac{dV}{dz} = -j\beta V^{+} e^{-j\beta z} + j\beta V^{-} e^{j\beta z} = -j\omega LI$$

şeklinde kolayca elde edilebilir. Bu eşitlikten de,

$$I(z) = \sqrt{\frac{C}{L}}\left(V^{+} e^{-j\beta z} - V^{-} e^{j\beta z}\right) = \frac{1}{Z_0}\left(V^{+} e^{-j\beta z} - V^{-} e^{j\beta z}\right)$$

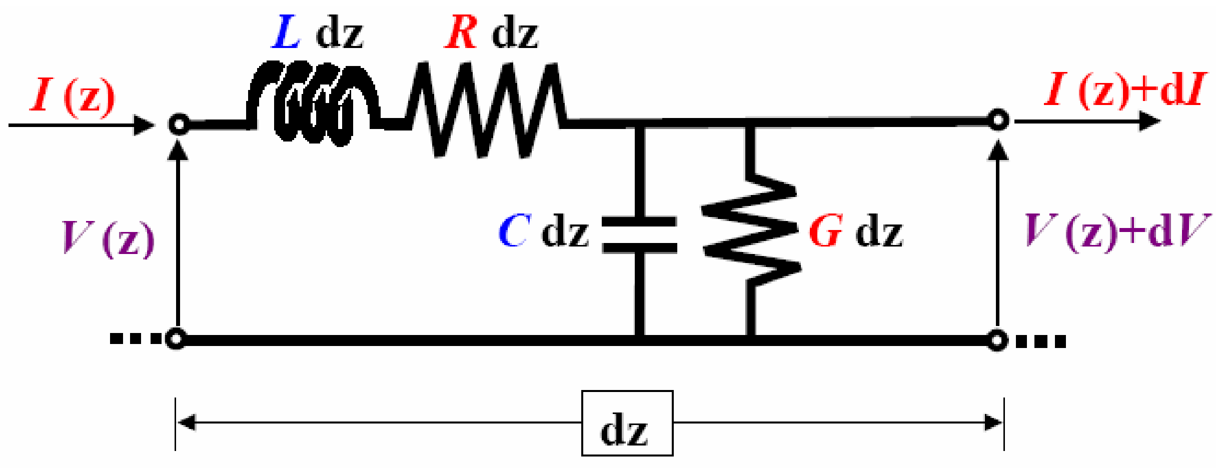
elde edilir. Burada Z_0 reel büyüklüğü,

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

şeklinde verilen kayıpsız iletim hattının karakteristik empedansı olarak tanımlanır.

2.2.2 KAYIPLI İLETİM HATLARI

Şekil.2.12'de gösterilen birim uzunluktaki iletim hattının eşdeğer devresi kullanılarak, uniform kayıplı iletim hattı için çözüm çok basit bir prosedür ile bulunabilir.

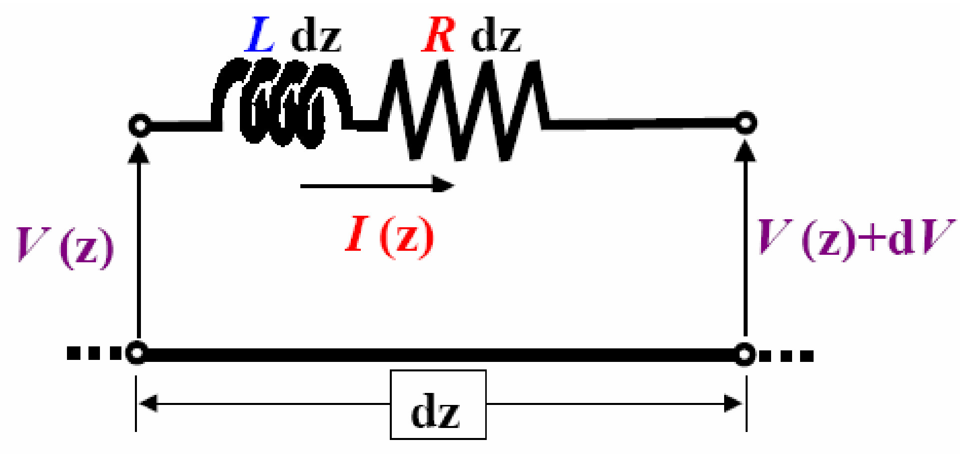


Şekil.2.12 Birim uzunluktaki kayıplı iletim hattının eşdeğer devresi

Şekil.2.13'de verilen alt devreye göre, seri empedans birim uzunluktaki hattın girişinden çıkışına gerilim değişimini belirler. Uygun devre denklemi,

$$(V+dV)-V=-\left(j\omega L dz+R dz\right)I$$

şeklinde yazılabilir. Bu denklemden gerilim için birinci mertebeden diferansiyel denklem,

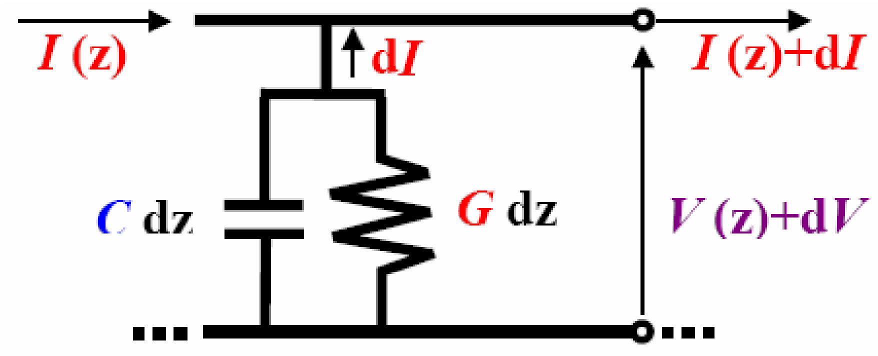


Şekil.2.13 Kayıplı iletim hattının seri empedansının etkisi

$$\frac{dV}{dz}=-(j\omega L+R)I$$

şeklinde elde edilir.

Diğer yandan, şekil.2.14'de verilen alt devreye göre, paralel empedans birim uzunluktaki hattın girişinden çıkışına akım değişimini belirler. Uygun devre denklemi,



Şekil.2.14 Kayıplı iletim hattının paralel empedansının etkisi

$$dI = -(j\omega Cdz + Gdz)(V + dV) = -(j\omega C + G)Vdz - (j\omega C + G)dVdz$$

şeklinde elde edilir. $dVdz$'i içeren ikinci terim ihmal edilebileceğinden, akım için birinci mertebeden diferansiyel denklem,

$$\frac{dI}{dz} = -(j\omega C + G)V$$

şeklinde elde edilir. Bu defa, kayıplı iletim hatlarındaki akım ve gerilimin davranışını tanımlayan kuplajlı birinci mertebeden diferansiyel denklem çifti

$$\begin{cases} \dfrac{dV}{dz} = -(j\omega L + R)\cdot I \\ \\ \dfrac{dI}{dz} = -(j\omega C + G)\cdot V \end{cases}$$

şeklinde elde edilmiş oldu. Bu denklemler, kayıplı iletim hatları için TELGRAFÇILAR DENKLEMİ olarak bilinir.Daha önce yapıldığı gibi, bu denklemler z'e göre türetilerek kuplajsız denklem takımı,

$$\boxed{\dfrac{dI}{dz} = -(j\omega C + G)V}$$

$$\begin{cases} \dfrac{d^2V}{dz^2} = -(j\omega L + R)\cdot\dfrac{dI}{dz} = (j\omega L + R)\cdot(j\omega C + G)\cdot V \\ \\ \dfrac{d^2I}{dz^2} = -(j\omega C + G)\cdot\dfrac{dV}{dz} = (j\omega C + G)\cdot(j\omega L + R)\cdot I \end{cases}$$

$$\boxed{\dfrac{dV}{dz} = -(j\omega L + R)I}$$

şeklinde elde edilebilir. Bu denklemler, kayıplı iletim hatları için kuplajsız ikinci mertebeden diferansiyel denklemlerdir ve yine dalga denklemleridir. Gerilim denklemi için genel çözüm,

$$V(z) = V^{+}e^{-\gamma z} + V^{-}e^{\gamma z} = V^{+}e^{-\alpha z}e^{-j\beta z} + V^{-}e^{\alpha z}e^{j\beta z}$$

dir. Burada dalganın yayılma sabiti kompleks bir büyüklüktür ve

$$\gamma = \sqrt{(j\omega L + R)\cdot(j\omega C + G)} = \alpha + j\beta$$

olarak verilir. Yayılma sabiti γ'nın reel bileşeni α rezistif kayıplar nedeniyle işaretin zayıflamasını temsil eder. İmajiner bileşen β ise, kayıpsız durumda olduğu gibi, işaretin yayılma özelliklerini tanımlar.

α'yı içeren eksponansiyel terimler reel olduğundan, sadece gerilim fazörünün genliğini etkiler.

β'yı içeren eksponansiyel terimler birim genlik ve saf imajiner argümana sahiptir ve sadece dalgaların fazını etkiler.

Kayıplı bir iletim hattındaki akım dağılımı, gerilim için elde edilen sonucun türevlenmesi ile

$$\frac{dV}{dz} = -(j\omega L + R)I = -\gamma V^{+}e^{-\gamma z} + \gamma V^{-}e^{\gamma z}$$

şeklinde kolayca elde edilebilir. Bu eşitlikten de,

$$I(z) = \sqrt{\frac{(j\omega C + G)}{(j\omega L + R)}}\left(V^{+}e^{-\gamma z} - V^{-}e^{\gamma z}\right) = \frac{1}{Z_0}\left(V^{+}e^{-\gamma z} - V^{-}e^{\gamma z}\right)$$

eşitliği yazılabilir. Burada kayıplı iletim hattının karakteristik empedansı,

$$Z_0 = \sqrt{\frac{(j\omega L + R)}{(j\omega C + G)}}$$

KARAKTERİSTİK EMPEDANS KOMPLEKS !!!

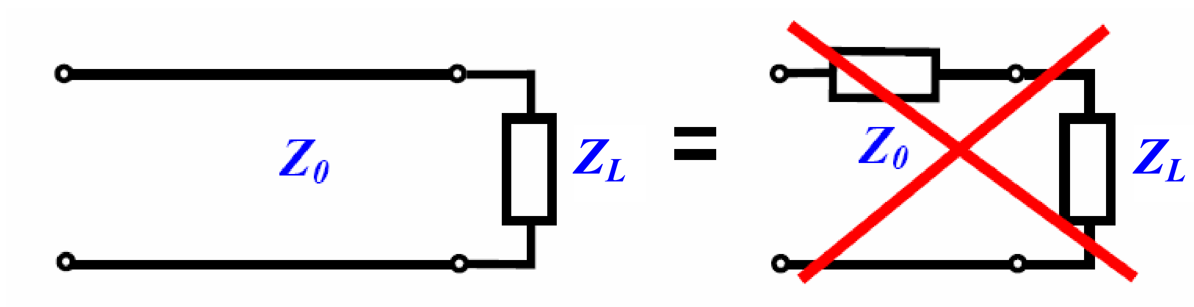
şeklinde elde edilir. Hem kayıplı, hem de kayıpsız iletim hatları için

Karakteristik Empedans hat uzunluğundan bağımsızdır.!!!

Ancak iletkenlerin yapıldığı metale, iletkenleri kuşatan dielektrik ortama ve hat kesitinin geometrisine bağımlıdır.

Diğer taraftan, karakteristik empedansı bir eşdeğer devrede iletim hattı yerine toplu empedansla yorumlamamaya dikkat edilmelidir.

Bu çok genel bir hatadır



Sonuç olarak, bir iletim hattındaki kararlı-halde akım ve gerilim fazörleri için elde edilen ifadeler,

KAYIPSIZ HAT

$$V(z) = V^{+} e^{-j\beta z} + V^{-} e^{j\beta z}$$

$$I(z) = \frac{1}{Z_0}\left(V^{+} e^{-j\beta z} - V^{-} e^{j\beta z}\right)$$

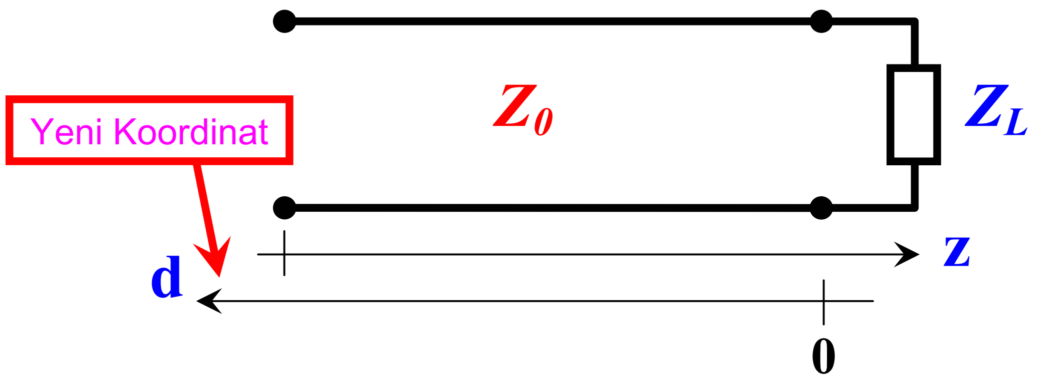
KAYIPLI HAT

$$V(z) = V^{+} e^{-\gamma z} + V^{-} e^{\gamma z}$$

$$I(z) = \frac{1}{Z_0}\left(V^{+} e^{-\gamma z} - V^{-} e^{\gamma z}\right)$$

şeklinde yazılabilir.

$V(z)$ ve $I(z)$, ikinci mertebeden diferansiyel dalga denklemlerinin çözümleri olduğundan, sırayla, pozitif ve negatif yönde yürüyen kararlı voltaj dalgalarının genliklerini ifade eden V^{+} ve V^{-} bilinmeyenlerinin belirlenmesi gerekir. Bu bilinmeyenleri belirlemek için, iletim hattına bağlı kaynak ve yükün etkisini dikkate alarak, iki sınır şartına ihtiyaç vardır.



Şekil.2.15 İletim hattının yeni koordinat sistemi

Sınır şartlarını uygulamadan önce, sıfır referans noktasının kaynak yerine yük konumunda olmasını sağlamak için, uzay koordinat sisteminin referans noktasını kaydırmak uygun olacaktır (bkz. Şekil.2.15). İletim hattı boyunca yükten kaynağa doğru giderken artış olması için, koordinatın pozitif yönünü de değiştirmek gerekir. Böylece, yükün konumunu sıfır referans noktası olarak kabul ederek, yeni koordinat değişkenini $\mathbf{d = -z}$ olarak alabiliriz. Buna göre, hat boyunca voltaj ve akım için yeni denklemler,

KAYIPSIZ HAT

$$V(d) = V^{+}e^{j\beta d} + V^{-}e^{-j\beta d}$$

$$I(d) = \frac{1}{Z_0}\left(V^{+}e^{j\beta d} - V^{-}e^{-j\beta d}\right)$$

KAYIPLI HAT

$$V(d) = V^{+}e^{\gamma d} + V^{-}e^{-\gamma d}$$

$$I(d) = \frac{1}{Z_0}\left(V^{+}e^{\gamma d} - V^{-}e^{-\gamma d}\right)$$

şeklinde yazılabilir. Yük üzerinde, d=0 olacağından, her iki durumda da,

$$V(0) = V^{+} + V^{-} \qquad I(0) = \frac{1}{Z_0}\left(V^{+} - V^{-}\right)$$

yazılabilir. Yük empedansı Z_L verilmiş ise, yük sınır şartı

$$V(0) = Z_L I(0)$$

dır. Bu nedenle,

$$V^{+} + V^{-} = \frac{Z_L}{Z_0}\left(V^{+} - V^{-}\right)$$

yazılabilir. Bu eşitlikten de, (yansıma katsayısı yansıyan dalga genliğinin gelen dalga genliğine oranı olarak tanımlandığından) voltaj yük yansıma katsayısı,

$$\Gamma_L = \frac{V^-}{V^+} = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}$$

şeklinde ifade edilebilir. Bu eşitlikleri iletim hattı denklemlerinde kullanacak olursak,

KAYIPSIZ HAT

$$V(d) = V^+ e^{j\beta d}\left(1 + \Gamma_L e^{-j2\beta d}\right)$$

$$I(d) = \frac{V^+ e^{j\beta d}}{Z_0}\left(1 - \Gamma_L e^{-j2\beta d}\right)$$

KAYIPLI HAT

$$V(d) = V^+ e^{\gamma d}\left(1 + \Gamma_L e^{-2\gamma d}\right)$$

$$I(d) = \frac{V^+ e^{\gamma d}}{Z_0}\left(1 - \Gamma_L e^{-2\gamma d}\right)$$

elde edilir. Yükten d-uzaklıkta, hattın herhangi bir noktasındaki yansıma katsayısı genelleştirilmiş yansıma katsayısı olarak tanımlanır ve,

$\Gamma(d) = \Gamma_L e^{-j2\beta d}$ (Kayıpsız) $\Gamma(d) = \Gamma_L e^{-\gamma 2d}$ (Kayıplı)

şeklinde ifade edilebilir. Böylece hat denklemleri,

KAYIPSIZ HAT

$$V(d) = V^{+} e^{j\beta d}\left(1+\Gamma(d)\right)$$

$$I(d) = \frac{V^{+} e^{j\beta d}}{Z_0}\left(1-\Gamma(d)\right)$$

KAYIPLI HAT

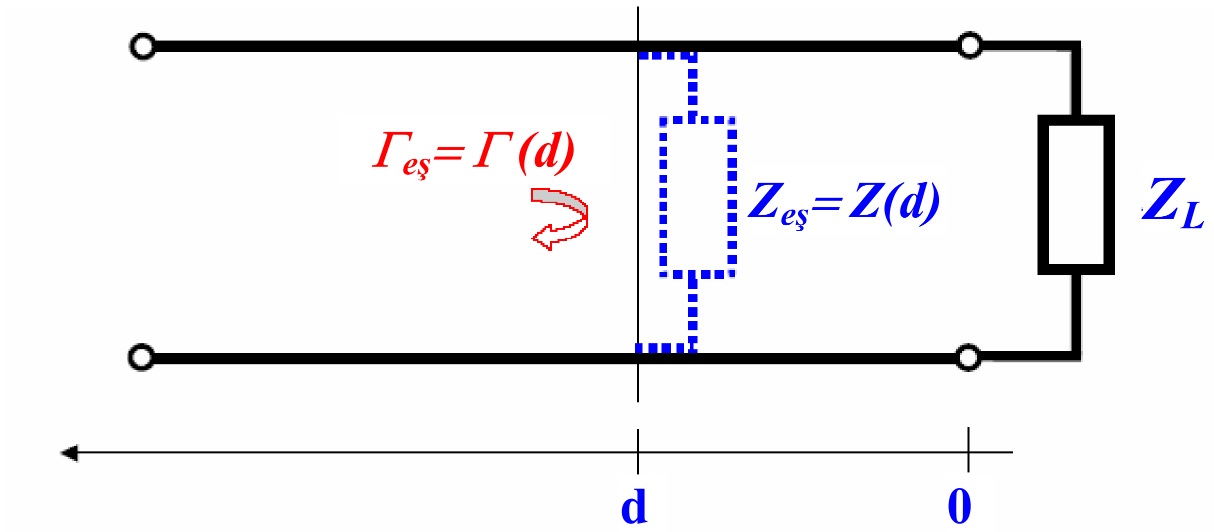
$$V(d) = V^{+} e^{\gamma d}\left(1+\Gamma(d)\right)$$

$$I(d) = \frac{V^{+} e^{\gamma d}}{Z_0}\left(1-\Gamma(d)\right)$$

olur. Şimdi, iletim hattı empedansı,

$$Z(d) = \frac{V(d)}{I(d)} = Z_0 \frac{1+\Gamma(d)}{1-\Gamma(d)}$$

şeklinde ifade edilebilir. Şekil.2.16'da verilen basit devre, hat empedansının ve genelleştirilmiş yansıma katsayısının önemini göstermek için yeterlidir. d-konumunda hattı kestiğimizi düşünürsek, hattın yükle sonlandırılmış parçasının giriş empedansı, kesimden önce o noktadaki giriş empedansı ile aynıdır. d-konumunun sol tarafındaki hattın davranışı, kesim noktasına Z(d) eşdeğer empedansı yerleştirilmesi durumunda, aynıdır. Yeni yükün yansıma katsayısı Γ(d)'ye eşittir ve



Şekil.2.16 Hat empedansı ve genelleştirilmiş yansıma katsayısı

$$\Gamma_{eş} = \Gamma(\mathrm{d}) = \frac{Z_{eş} - Z_0}{Z_{eş} + Z_0}$$

şeklinde yazılabilir. Eğer hattın toplam uzunluğu L ise, giriş empedansı hat empedansı formülünden,

$$Z_{in} = \frac{V_{in}}{I_{in}} = \frac{V(L)}{I(L)} = Z_0 \frac{1+\Gamma(L)}{1-\Gamma(L)}$$

olarak elde edilir. Giriş empedansı, bir yükle sonlandırılmış tüm hattı temsil eden bir eşdeğer empedanstır.

Pratikte karşılaşılan önemli durumlardan biri, az-kayıplı iletim hatlarıdır. Bu durumda, reaktif elemanlar halen baskındır, ancak R ve G elemanları kayıpsız hattaki gibi ihmal edilemez ve

$\omega L >> R \qquad \omega C >> G$

şartları altında,

$$\gamma = \sqrt{(j\omega L + R)\cdot(j\omega C + G)}$$
$$= \sqrt{j\omega L \cdot j\omega C\left(1+\frac{R}{j\omega L}\right)\cdot\left(1+\frac{G}{j\omega C}\right)}$$
$$\approx j\omega\sqrt{LC}\sqrt{1+\frac{R}{j\omega L}+\frac{G}{j\omega C}-\frac{RG}{\omega^2 LC}}$$

yazılabilir. İki küçük sayının çarpımı şeklinde olduğundan, karekök içindeki son terim ihmal edilebilir. Karekökün geriye kalan kısmı Taylor serisine açılıp, ilk iki terimi ile yetinilirse,

$$\gamma \approx j\omega\sqrt{LC}\left[1+\frac{1}{2}\left(\frac{R}{j\omega L}+\frac{G}{j\omega C}\right)\right]$$
$$= \frac{1}{2}\left(R\sqrt{\frac{C}{L}}+G\sqrt{\frac{L}{C}}\right)+j\omega\sqrt{LC}$$

elde edilir. Böylece

$$\alpha = \frac{1}{2}\left(R\sqrt{\frac{C}{L}} + G\sqrt{\frac{L}{C}} \right) \qquad \beta = \omega\sqrt{LC}$$

yazılabilir. Bütün pratik durumlarda, az kayıplı iletim hattının karakteristik empedansı reel bir büyüklüktür ve yaklaşık olarak, kayıpsız hattın empedansı ile aynıdır. Bu empedans,

$$Z_0 = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} \approx \sqrt{\frac{L}{C}}$$

eşitliği ile hesaplanır. Dalga propagasyonu ile ilgili faz hızı ise,

$$v_p = \frac{\omega}{\beta} \approx \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

dir. **ANCAK DİKKAT :** Az kayıplı hat durumunda, akım ve gerilim için verilen denklemler, genel kayıplı hatlar için elde edilen aynı formu korur.

Yeniden, $R=0$ ve $G=0$ olduğunu kabul edersek, kayıpsız iletim hattı elde ederiz. Bu yaklaşım, genellikle, bağıl olarak zayıflamanın küçük olduğu kısa hatlarda geçerlidir. Daha önce gösterildiği gibi, bir kayıpsız iletim hattında karakteristik empedans kesinlikle reeldir ve

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

denklemiyle verilir. Halbuki, yayılma sabiti zayıflama terimine sahip olamayacağı için,

$$\gamma = \sqrt{(j\omega L)(j\omega C)} = j\omega\sqrt{LC} = j\beta$$

şeklinde saf imajinerdir. $\alpha=0$ olduğundan, kayıpsız iletim hattı güç harcamaz.

Bütün durumlarda, hat empedansı,

$$Z(d) = \frac{V(d)}{I(d)} = Z_0 \frac{1+\Gamma(d)}{1-\Gamma(d)}$$

şeklinde tanımlanır. Genelleştirilmiş yansıma katsayısının uygun ifadeleri kullanılarak, hat empedansı için değişik ifadeler türetilebilir:

Kayıpsız Hat

$$\begin{aligned} Z(d) &= Z_0 \frac{1+\Gamma_L e^{-j2\beta d}}{1-\Gamma_L e^{-j2\beta d}} \\ &= Z_0 \frac{Z_L Cos\beta d + jZ_0 Sin\beta d}{Z_0 Cos\beta d + jZ_L Sin\beta d} \\ &= Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \tan\beta d}{Z_0 + jZ_L \tan\beta d} \end{aligned}$$

Kayıplı Hat (Az kayıp dahil)

$$\begin{aligned} Z(d) &= Z_0 \frac{1+\Gamma_L e^{-2\gamma d}}{1-\Gamma_L e^{-2\gamma d}} \\ &= Z_0 \frac{Z_L \mathrm{Cosh}\gamma d + Z_0 \mathrm{Sinh}\gamma d}{Z_0 \mathrm{Cosh}\gamma d + Z_L \mathrm{Sinh}\gamma d} \\ &= Z_0 \frac{Z_L + Z_0 \tanh\gamma d}{Z_0 + Z_L \tanh\gamma d} \end{aligned}$$