

## İLETİM HATLARININ ALAN ANALİZİ

Bu bölümde, Maxwell denklemleri ile başlayarak, Telgrafçı denklemlerinin zamana göre harmonik formunu yeniden türeteceğiz. İletim hattının elektrik ve manyetik alanları yardımı ile iletim hattı parametrelerini ( $R, L, G, C$ ) türeterek başlayacağız ve sonra da bir koaksiyel hat özel durumu için bu parametreleri kullanarak telgrafçı denklemlerini türeteceğiz.

### İletim Hattı Parametreleri

Şekil.2.2’de gösterildiği gibi, uniform iletim hattının birim uzunluktaki kesitini  $\vec{E}$  ve  $\vec{H}$  alan dağılımı ile birlikte göz önüne alalım. Burada  $S$ , hattın kesit alanıdır. İletkenler arasındaki gerilim  $V_0 e^{\pm j\beta z}$  ve akım  $I_0 e^{\pm j\beta z}$  olsun. Hattın bu birim uzunluk kesiti için depolanan ortalama manyetik enerji,

$$W_m = \frac{\mu}{4} \iiint_V \vec{H} \cdot \vec{H}^* dv$$

denkleminde,

$$W_m = \frac{\mu}{4} \iint_S \vec{H} \cdot \vec{H}^* ds$$

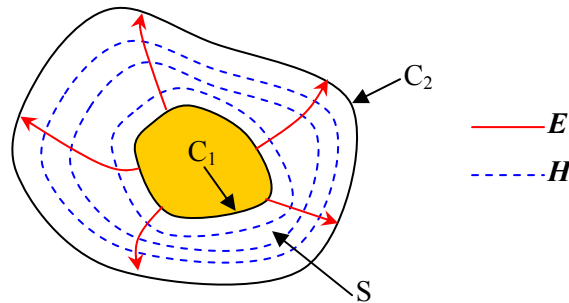
şeklinde ifade edilebilir. Devre teorisinden, hat üzerindeki akım yardımı ile,

$$W_m = \frac{1}{4} |I_0|^2 L$$

yazılabilir. Böylece birim uzunluk başına düşen öz indüktans,

$$L = \frac{\mu}{|I_0|^2} \iint_S \vec{H} \cdot \vec{H}^* ds \quad \text{H/m} \quad (2.17)$$

şeklinde bulunur.



Şekil.2.2 Keyfi kesitli bir TEM iletim hattında alan çizgileri

Benzer şekilde, birim uzunlukta depolanan ortalama elektriksel enerji,

$$W_e = \frac{\epsilon}{4} \iint_S \vec{E} \cdot \vec{E}^* ds$$

ve devre teorisinden,

$$W_e = \frac{1}{4} |V_0|^2 C$$

yazılabilir. Böylece birim uzunluktaki kapasitans ise

$$C = \frac{\epsilon}{|V_0|^2} \iint_S \vec{E} \cdot \vec{E}^* ds \quad \text{F/m} \quad (2.18)$$

şeklinde bulunur.

Diğer taraftan, metalik iletkenlerin sonlu iletkenliği nedeniyle oluşan birim uzunluktaki güç kaybı ( $\vec{H}$  alanı S yüzeyine teğet kabul edilerek),

$$P_c = \frac{R_s}{2} \int_{C_1+C_2} \vec{H} \cdot \vec{H}^* d\ell$$

ve devre teorisinden,

$$P_c = \frac{1}{2} |I_0|^2 R$$

yazılabilir. Böylece hattın birim uzunluktaki seri R direnci,

$$R = \frac{R_s}{|I_0|^2} \int_{C_1+C_2} \vec{H} \cdot \vec{H}^* d\ell \quad \Omega/\text{m}$$

şeklinde elde edilir. Bu denklemde ( $C_1+C_2$ ) iletken sınırları üzerinden integrasyon yollarını gösterirken, iletkenlerin yüzey direnci,

$$R_s = \frac{1}{\sigma \delta_s}$$

dir. Burada  $\sigma$  iletkenlerin iletkenliği ve  $\delta_s$  deri kalınlığı yani,

$$\delta_s = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu \sigma}}$$

dir.

Bir kayıplı dielektrikte birim uzunlukta harcanan ortalama güç ise,

$$P_d = \frac{\omega \epsilon''}{2} \iint_S \vec{E} \cdot \vec{E}^* ds$$

ile hesaplanabilir. Burada  $\epsilon''$ ,

$$\epsilon = \epsilon' - j\epsilon'' = \epsilon'(1 - j \tan \delta)$$

şeklinde tanımlanan kompleks dielektrik sabitinin imajiner kısmıdır. Devre teorisinden, yukarıda verilen güç ifadesi,

$$P_d = \frac{1}{2} |V_0|^2 G$$

şeklinde yazılabilir. Böylece, birim uzunluktaki şönt kondüktans,

$$G = \frac{\omega \epsilon''}{|V_0|^2} \iint_S \vec{E} \cdot \vec{E}^* ds \text{ S/m}$$

şeklinde yazılabilir.

\*\*\*\*\*

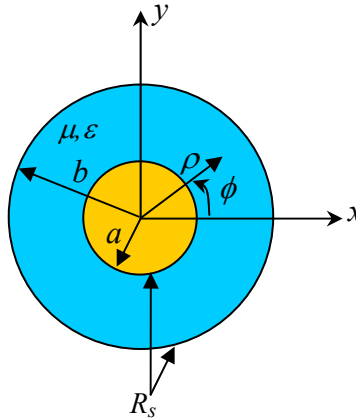
### ÖRNEK 2.1: Koaksiyel İletim Hattının Parametreleri

Şekil.2.3'de gösterilen koaksiyel hattın iç tarafında yürüyen bir TEM dalgasının alanları,

$$\vec{E} = \hat{\rho} \frac{V_0}{\rho \ln(b/a)} e^{-\gamma z}$$

$$\vec{H} = \hat{\phi} \frac{I_0}{2\pi\rho} e^{-\gamma z}$$

şeklinde gösterilebilir. Burada  $\gamma$ , hattın yayılma sabitidir. İletkenlerin  $R_s$  yüzey direncine sahip olduğu ve iletkenler arasındaki ortamın  $\epsilon = \epsilon' - j\epsilon'' = \epsilon'(1 - j \tan \delta)$  şeklinde bir kompleks dielektrik sabitine ve  $\mu = \mu_0 \mu_r$  şeklinde bir manyetik permeabiliteye sahip olduğu kabul edildiğine göre, iletim hattı parametrelerini hesaplayınız.



Şekil.2.3 İç ve dış iletkenlerinin yüzey direnci  $R_s$  olan koaksiyel hattın kesiti

**Çözüm:** (2.17)-(2.20) denklemleri ile yukarıda verilen alan ifadelerinden, koaksiyel hat parametreleri,

$$L = \frac{\mu}{|I_0|^2} \iint_S \vec{H} \cdot \vec{H}^* ds = \frac{\mu}{(2\pi)^2} \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\rho=a}^b \frac{1}{\rho^2} \rho d\rho d\phi = \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{b}{a} \quad \text{H/m}$$

$$C = \frac{\varepsilon}{|V_0|^2} \iint_S \vec{E} \cdot \vec{E}^* ds = \frac{\varepsilon'}{(\ln(b/a))^2} \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\rho=a}^b \frac{1}{\rho^2} \rho d\rho d\phi = \frac{2\pi \varepsilon'}{\ln(b/a)} \quad \text{F/m}$$

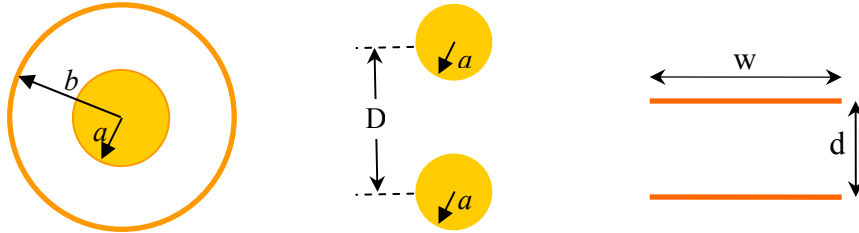
$$R = \frac{R_s}{|I_0|^2} \int_{C_1+C_2} \vec{H} \cdot \vec{H}^* d\ell = \frac{R_s}{(2\pi)^2} \left\{ \int_{\phi=0}^{2\pi} \frac{1}{a^2} a d\phi + \int_{\phi=0}^{2\pi} \frac{1}{b^2} b d\phi \right\} = \frac{R_s}{2\pi} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \quad \Omega/\text{m}$$

$$G = \frac{\omega \varepsilon''}{|V_0|^2} \iint_S \vec{E} \cdot \vec{E}^* ds = \frac{\omega \varepsilon''}{(\ln(b/a))^2} \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\rho=a}^b \frac{1}{\rho^2} \rho d\rho d\phi = \frac{2\pi \omega \varepsilon''}{\ln(b/a)} \quad \text{S/m}$$

şeklinde elde edilir. Tablo 2.1'de, koaksiyel, iki telli ve paralel plakalı iletim hatlarının parametreleri özetlenmiştir.

\*\*\*\*\*

**TABLO 2.1 Bazı genel iletim hatlarının hat parametreleri**



	Koaksiyel hat	İki Telli Hat	Paralel Plakalı Hat
L	$\frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{b}{a}$	$\frac{\mu}{\pi} \cosh^{-1} \left( \frac{D}{2a} \right)$	$\frac{\mu d}{w}$
C	$\frac{2\pi \varepsilon'}{\ln(b/a)}$	$\frac{\pi \varepsilon'}{\cosh^{-1} \left( \frac{D}{2a} \right)}$	$\frac{\varepsilon' w}{d}$
R	$\frac{R_s}{2\pi} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)$	$\frac{R_s}{\pi a}$	$\frac{2R_s}{w}$
G	$\omega \frac{2\pi \varepsilon''}{\ln(b/a)}$	$\omega \frac{\pi \varepsilon''}{\cosh^{-1} \left( \frac{D}{2a} \right)}$	$\omega \frac{\varepsilon'' w}{d}$

## Telgrafçı Denklemlerinin Koaksiyel Hattın Alan Analizinden Türetilmesi

Devre teorisi kullanılarak türetilen telgrafçı denklemleri Maxwell denklemlerinden de türetiler. Şimdi, koaksiyel hattın şekil.2.3'de gösterilen özel geometrisini göz önüne alacağız ve devre ve alan büyüklüklerinin ilişkisini tartışacağız.

Koaksiyel hat üzerindeki bir TEM dalgası  $E_z = H_z = 0$  ile karakterize edilecektir. Ayrıca, azimut simetrisi nedeniyle, alanların  $\phi$  ile değişimi yoktur ve bu yüzden,  $\partial/\partial\phi = 0$  olur. Koaksiyel hattın iç tarafındaki alanlar Maxwell'in rotasyonel denklemlerini sağlayacağından,

$$\nabla \times \vec{E} = -j\omega\mu\vec{H} \quad (2.21a)$$

$$\nabla \times \vec{H} = j\omega\varepsilon\vec{E} \quad (2.21b)$$

olur. Burada  $\varepsilon = \varepsilon' - j\varepsilon''$  kayıplı dielektrik ortama uygun olarak kompleks olabilir. Burada iletken kaybı ihmal edilecektir. İletken kaybının tam bir alan analizi yapılabilir, fakat bu aşamada asıl amacı geri plana atabilir. Gerekirse başka kaynaklara bakılabilir [1], [2].

$E_z = H_z = 0$  ve  $\partial/\partial\phi = 0$  olduğunu göz önüne alarak, (2.21) denklemleri açılırsa,

$$-\hat{\rho}\frac{\partial E_\phi}{\partial z} + \hat{\phi}\frac{\partial E_\rho}{\partial z} + \hat{z}\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}(\rho E_\phi) = -j\omega\mu(\hat{\rho}H_\rho + \hat{\phi}H_\phi) \quad (2.22a)$$

$$-\hat{\rho}\frac{\partial H_\phi}{\partial z} + \hat{\phi}\frac{\partial H_\rho}{\partial z} + \hat{z}\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}(\rho H_\phi) = j\omega\varepsilon(\hat{\rho}E_\rho + \hat{\phi}E_\phi) \quad (2.22b)$$

elde edilir. Bu iki denklemin z-bileşeninin sıfır olması gerektiğinden,  $E_\phi$  ve  $H_\phi$  bileşenleri,

$$E_\phi = \frac{f(z)}{\rho} \quad (2.23a)$$

$$H_\phi = \frac{g(z)}{\rho} \quad (2.23b)$$

formunda olmalıdır.

$$\rho = a \text{ ve } b \text{ için } E_\phi = 0$$

şeklindeki sınır şartının sağlanması için, (2.23a) ile verilen  $E_\phi$  formu yüzünden, her yerde  $E_\phi=0$  olmalıdır.

(2.22a) eşitliğindeki  $\rho$ -bileşeninden görülebilir ki;  $H_\rho=0$  dir. Bu sonuçlarla (2.22) denklemleri,

$$\frac{\partial E_\rho}{\partial z} = -j\omega\mu H_\phi \quad (2.24a)$$

$$\frac{\partial H_\phi}{\partial z} = -j\omega\varepsilon E_\rho \quad (2.24b)$$

şekline dönüşür. (2.23b) ve (2.24a) denklemlerindeki  $H_\phi$  formundan,  $E_\rho$ 'nun

$$E_\rho = \frac{h(z)}{\rho} \quad (2.25)$$

formunda olması gerektiği görülebilir. (2.23b) ve (2.25) denklemleri (2.24)'de kullanılırsa,

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_\rho}{\partial z} &= -j\omega\mu H_\phi \\ \frac{1}{\rho} \frac{\partial h(z)}{\partial z} &= -j\omega\mu \frac{g(z)}{\rho} \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial h(z)}{\partial z} = -j\omega\mu g(z) \end{aligned} \quad (2.26a)$$

ve benzer şekilde,

$$\frac{\partial g(z)}{\partial z} = -j\omega\varepsilon h(z) \quad (2.26b)$$

elde edilir. Şimdi, iki iletken arasındaki gerilim,

$$V(z) = \int_{\rho=a}^b E_\rho(\rho, z) d\rho = h(z) \int_{\rho=a}^b \frac{d\rho}{\rho} = h(z) \ln\left(\frac{b}{a}\right) \quad (2.27a)$$

ve (2.23b) kullanılarak,  $\rho=a$ 'daki iç iletkende akan toplam akım,

$$I(z) = \int_{\phi=0}^{2\pi} H_\phi(a, z) a d\phi = 2\pi g(z) \quad (2.27b)$$

şeklinde elde edilebilir. Böylece, (2.27) denklemleri kullanılarak,

$$h(z) = \frac{V(z)}{\ln b/a} \quad \text{ve} \quad g(z) = \frac{I(z)}{2\pi}$$

bulunur. Bu eşitlikler kullanılarak, (2.26)'daki  $h(z)$  ve  $g(z)$  fonksiyonları yok edilebilir ve

$$\frac{\partial V(z)}{\partial z} = -j\omega \frac{\mu \ln(b/a)}{2\pi} I(z)$$

$$\frac{\partial I(z)}{\partial z} = -j\omega(\varepsilon' - j\varepsilon'') \frac{2\pi}{\ln(b/a)} V(z)$$

elde edilir. Sonuç olarak, yukarıda türetilen koaksiyel iletim hattı parametreleri  $L$ ,  $G$  ve  $C$  kullanılarak,

$$\frac{\partial V(z)}{\partial z} = -j\omega L I(z)$$

$$\frac{\partial I(z)}{\partial z} = -(G + j\omega C) V(z)$$

denklemleri elde edilir. İletkenlerin mükemmel iletken olduğu kabul edildiği için, bu denklemlerde  $R$  seri direnci gözükmemektedir. Diğer basit iletim hatları için de benzer basit analizler yapılabilir.

### **Kayıpsız Koaksiyel Hattın Yayılma Sabiti, Empedansı ve Güç Akışı**

$E_\rho$  ve  $H_\phi$  için (2.24a) ve (2.24b) denklemleri,  $E_\rho$  (veya  $H_\phi$ ) için bir dalga denklemi verecek şekilde birlikte çözümlerse,

$$\frac{\partial^2 E_\rho}{\partial z^2} + \omega^2 \mu \varepsilon E_\rho = 0 \quad (2.29)$$

elde edilir. Bu durumda yayılma sabiti,  $\gamma^2 = -\omega^2 \mu \varepsilon$  dir ve kayıpsız ortam için,

$$\beta = \omega \sqrt{\mu \varepsilon} = \omega \sqrt{LC} \quad (2.30)$$

şekline indirgenir. Burada  $\gamma = \alpha + j\beta$  olduğu hatırlanmalıdır. Bu yayılma sabitinin, kayıpsız dielektrik ortamdaki düzlemsel dalgaların yayılma sabiti ile aynı formda olduğuna dikkat edilmelidir. Bu, TEM iletim hatları için genel bir sonuçtur.

Dalga empedansı ise,

$$Z_w = \frac{E_\rho}{H_\phi} = \frac{\omega \mu}{\beta} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} = \eta \quad (2.31)$$

şeklinde hesaplanabilir. Bu dalga empedansı, ortamın öz empedansı  $\eta$ 'ya özdeştir ve bu da TEM iletim hatları için genel bir sonuçtur.

Koaksiyel hattın karakteristik empedansı,

$$Z_0 = \frac{V_0}{I_0} = \frac{\ln(b/a)}{2\pi} \frac{E_\rho}{H_\phi} = \frac{\eta \ln(b/a)}{2\pi} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \frac{\ln(b/a)}{2\pi} \quad (2.32)$$

şeklinde tanımlanır. Burada  $E_\rho$  ve  $H_\phi$  için Örnek.2.1'deki eşitlikler kullanıldı. Görüldüğü gibi, karakteristik empedans geometriye bağlıdır ve her iletim hattı yapısı için farklı olacaktır.

Son olarak, koaksiyel hat üzerinde z-yönündeki güç akışı Poynting vektöründen,

$$P = \frac{1}{2} \iint_S \vec{E} \times \vec{H}^* \cdot d\vec{s} = \frac{1}{2} \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\rho=a}^b \frac{V_0 I_0^*}{2\pi \rho^2 \ln(b/a)} \rho d\rho d\phi = \frac{1}{2} V_0 I_0^* \quad (2.33)$$

şeklinde elde edilir. Bu sonuç, açıkça, devre teorisi ile de uyumludur. *Bu sonuca göre, bir iletim hattında güç akışı, tamamen iki iletken arasındaki elektrik ve manyetik alanlar vasıtasıyla gerçekleşir. Güç iletkenlerin kendisi tarafından iletilmez. Ancak, sonlu iletkenliğe sahip iletkenlerde güç iletkene girer, fakat bu güç ısı şeklinde kaybolur ve yüke iletilmez.*

## 2.7. KAYIPLI İLETİM HATLARI

Pratik olarak, sonlu iletkenlik ve/veya kayıplı dielektrik nedeniyle bütün iletim hatlarında kayıp vardır, ancak bu kayıplar genellikle küçüktür. Bu yüzden, pek çok pratik problemde, kayıp ihmal edilebilir, fakat bazı zamanlarda da kaybın etkisi dikkate alınabilir. Örneğin, iletim hattının zayıflamasının veya bir rezonans oyuğunun Q faktörünün hesaplanması esnasında, kaybın hesaplanması zorunludur. Bu bölümde, kaybın iletim hattının davranışına etkisini ve zayıflama sabitinin nasıl hesaplandığını göstereceğiz.

## Az Kayıplı İletim Hattı

Pek çok pratik mikrodalga iletim hattında kayıp küçüktür, aksi halde, hattın pratik değeri azdır. Kayıp küçük olduğunda, genel iletim hattı parametreleri  $\gamma = \alpha + j\beta$  ve  $Z_0$  için ifadeler bazı yaklaşımlar yapılarak basitleştirilebilir.

Kompleks yayılma sabiti için genel ifade,

$$\gamma = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} \quad (2.82)$$

dir ve bu ifade

$$\gamma = \sqrt{(j\omega L)(j\omega C) \left(1 + \frac{R}{j\omega L}\right) \left(1 + \frac{G}{j\omega C}\right)} = j\omega\sqrt{LC} \sqrt{1 - j\left(\frac{R}{\omega L} + \frac{G}{\omega C}\right) - \frac{RG}{\omega^2 LC}} \quad (2.83)$$

şeklinde düzenlenebilir. Eğer hat az kayıplı ise,  $R \ll \omega L$  ve  $G \ll \omega C$  olduğunu kabul edebiliriz. Bu, hem iletken kaybının, hem de dielektrik kaybının az olduğu anlamına gelir. Bu durumda,  $RG \ll \omega^2 LC$  olur ve (2.83) denklemi,

$$\gamma = j\omega\sqrt{LC} \sqrt{1 - j\left(\frac{R}{\omega L} + \frac{G}{\omega C}\right)} \quad (2.84)$$

şekline dönüşür. Eğer  $(R/\omega L + G/\omega C)$  terimini de ihmal edecek olsaydık,  $\gamma$  yayılma sabitinin tamamen imajiner (*kayıpsız durum*) olduğu sonucuna varırdık. Bunun yerine,  $\gamma$  yayılma sabitinin birinci yüksek mertebeli reel terimini elde edecek şekilde,  $\sqrt{1+x} \cong 1 + x/2 + \dots$  formunda Taylor seri açılımının ilk iki terimini alacağız. Buna göre,

$$\gamma \cong j\omega\sqrt{LC} \left[1 - \frac{j}{2} \left(\frac{R}{\omega L} + \frac{G}{\omega C}\right)\right]$$

elde edilir.  $\gamma = \alpha + j\beta$  eşitliği nedeniyle, bu denklemden zayıflama sabiti  $\alpha$  ve faz sabiti  $\beta$  (bazen yayılma sabiti de denir)

$$\alpha \cong \frac{1}{2} \left( R\sqrt{\frac{C}{L}} + G\sqrt{\frac{L}{C}} \right) = \frac{1}{2} \left( \frac{R}{Z_0} + GZ_0 \right) \quad (2.85a)$$

$$\beta \cong \omega\sqrt{LC} \quad (2.85b)$$

elde edilir. Burada,  $Z_0 = \sqrt{L/C}$  kayıp yokken hattın karakteristik empedansıdır. Dikkat edilmelidir ki; yayılma sabiti  $\beta$  kayıpsız durumdaki ile aynıdır. Aynı mertebeden yaklaşımla, karakteristik empedans reel bir büyüklük olarak,

$$Z_0 = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} \cong \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (2.86)$$



şeklinde elde edilir. (2.85)-(2.86) denklemleri iletim hatları için yüksek-frekans az-kayıplı yaklaşımlar olarak bilinir ve az kayıplı hattın yayılma sabiti ve karakteristik empedansının, iletim hattı kayıpsız olarak kabul edilerek, yaklaşık olarak hesaplanabileceğini göstermesi bakımından önemlidir.

\*\*\*\*\*

## ÖRNEK 2.6 Koaksiyel Hattın Zayıflama Sabiti

Örnek 2.1’de kayıplı koaksiyel hattın  $L$ ,  $C$ ,  $R$  ve  $G$  parametreleri türetilmişti. Kaybın az olduğunu kabul ederek ve Örnek 2.1’in sonuçlarını kullanarak (2.85a)’dan zayıflama sabitini hesaplayınız.

**Çözüm:** (2.85a)’dan,

$$\alpha = \frac{1}{2} \left( R \sqrt{\frac{C}{L}} + G \sqrt{\frac{L}{C}} \right)$$

olduğu hatırlanarak, bu denklemde Örnek 2.1’deki parametreler kullanılırsa,

$$\alpha = \frac{1}{2} \left[ \frac{R_s}{\eta \ln b/a} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) + \omega \varepsilon'' \eta \right]$$

elde edilir. Burada  $\eta = \sqrt{\mu/\varepsilon'}$ , koaksiyel hattın iletkenleri arasını dolduran dielektrik maddenin öz empedansı,  $\beta = \omega \sqrt{LC} = \omega \sqrt{\mu \varepsilon'}$  ve  $Z_0 = \sqrt{L/C} = (\eta/2\pi) \ln b/a$  dır.

Bu zayıflama hesaplama metodu hattın  $L$ ,  $C$ ,  $R$  ve  $G$  parametrelerinin bilinmesini gerektirir. Bunlar çoğu zaman, (2.17)-(2.20) denklemleri kullanılarak türetilir. Ancak, daha direkt ve çok yönlü bir yol perturbasyon yöntemini kullanmaktır.

\*\*\*\*\*

## Distorsiyonsuz İletim Hattı

Bir kayıplı hattın yayılma sabitinin (2.82) ve (2.83) ile verilen kesin denklemlerinden görülebileceği gibi, kayıp mevcut olduğunda, faz terimi  $\beta$  frekansın karmaşık fonksiyonu olur. Özellikle, hat kayıpsız olmadığı sürece, faz sabiti  $\beta$  tam anlamıyla frekansın lineer fonksiyonu değildir. Eğer faz sabiti  $\beta$  frekansın lineer fonksiyonu ( $\beta = a\omega$  formunda) değilse, o zaman, faz hızı  $v_p = \omega/\beta$  farklı frekanslarda farklı değerler alacaktır. Bunun sonucu olarak da, bir geniş bandlı işaretin çeşitli frekans bileşenleri farklı faz hızları ile yayılacak ve bu yüzden, iletim hattının alıcı ucuna biraz farklı zamanlarda ulaşacaklardır. Bu işaretin distorsiyonuna (bozulmasına), yani *dispersiyona* neden olacaktır. Bu istenmeyen bir durumdur. Yukarıda tartışıldığı gibi, faz sabiti  $\beta$ ’nin bir lineer fonksiyondan sapması çok küçük olabilir, ancak iletim hattı çok uzun ise, etki önemli olabilir. Bu etki grup hızı kavramına yol açar.

Bununla birlikte, frekansın fonksiyonu olarak lineer bir faz faktörüne sahip bir kayıplı hattın özel bir durumu vardır. Böyle bir hat *distorsiyonsuz hat* olarak adlandırılır ve

$$\frac{R}{L} = \frac{G}{C} \quad (2.87)$$

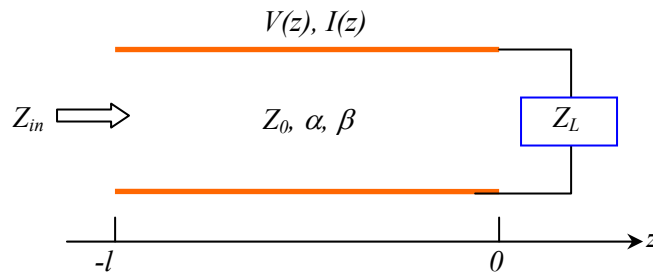
bağıntısını sağlayan hat parametreleriyle karakterize edilir. Bu bağıntı ile belirlenen şart altında, (2.83) denkleminde göre, kesin kompleks yayılma sabiti,

$$\gamma = j\omega\sqrt{LC} \sqrt{1 - 2j \frac{R}{\omega L} - \frac{R^2}{\omega^2 L^2}} = j\omega\sqrt{LC} \left(1 - j \frac{R}{\omega L}\right) = R\sqrt{\frac{C}{L}} + j\omega\sqrt{LC} = \alpha + j\beta \quad (2.88)$$

formuna indirgenir. Bu denklem,  $\beta = \omega\sqrt{LC}$  faz sabitinin frekansın lineer fonksiyonu olduğunu göstermektedir. Aynı zamanda (2.88) denklemi göstermektedir ki;  $\alpha = R\sqrt{C/L}$  zayıflama sabiti frekansın fonksiyonu değildir ve bu nedenle bütün frekans bileşenleri aynı miktarda zayıflayacaktır. Böylece **distorsiyonsuz hat kayıpsız hat değildir**, bir darbe veya modülasyon zarfını distorsiyon olmadan iletme yeteneğidir. (2.87) şartını sağlayan parametrelere sahip bir iletim hattı elde etmek için, hat boyunca periyodik aralıklarla seri bobinler eklemek suretiyle  $L$ 'nin artırılması gerekir.

### Sonlandırılmış Kayıplı İletim Hattı

$Z_L$  yük empedansı ile sonlandırılmış  $\ell$  uzunluğundaki kayıplı bir iletim hattı şekil.2.20'de gösterilmiştir. Bu durumda  $\gamma = \alpha + j\beta$  komplekstir. Ancak, hattın kaybının az olduğu kabul edilirse, (2.86)'da olduğu gibi, karakteristik empedans yaklaşık olarak reel olur.



Şekil.2.20  $Z_L$  yük empedansı ile sonlandırılmış kayıplı iletim hattı

Kayıplı iletim hattı üzerindeki gerilim ve akım dalgaları,

$$V(z) = V_0^+ \left[ e^{-\gamma z} + \Gamma e^{\gamma z} \right] \quad (2.89a)$$

$$I(z) = \frac{V_0^+}{Z_0} \left[ e^{-\gamma z} - \Gamma e^{\gamma z} \right] \quad (2.89b)$$

şeklinde gösterilebilir. Burada,  $\Gamma$  yük yansımaya katsayısı ve  $V_0^+$   $z=0$  da gelen gerilim dalgası genliğidir.

$$\Gamma(\ell) = \frac{V_0^- e^{-j\beta\ell}}{V_0^+ e^{j\beta\ell}} = \Gamma(0) e^{-2j\beta\ell}$$

denkleminde, yükten  $\ell$  uzaklıktaki bir noktada yansıma katsayısı,

$$\Gamma(\ell) = \Gamma e^{-2j\beta\ell} e^{-2\alpha\ell} = \Gamma e^{-2\gamma\ell} \quad (2.90)$$

olur. Yukarıda  $\Gamma(0)$ ,  $z=0$ 'daki yansıma katsayısıdır. Yükten  $\ell$  uzaklıktaki bir noktada giriş empedansı  $Z_{in}$

$$Z_{in} = \frac{V(-\ell)}{I(-\ell)} = Z_0 \frac{Z_L + Z_0 \tanh \gamma\ell}{Z_0 + Z_L \tanh \gamma\ell} \quad (2.91)$$

dir.  $z = -\ell$  noktasında hattın girişine verilen güç,

$$\begin{aligned} P_{in} &= \frac{1}{2} \operatorname{Re} [V(-\ell)I^*(-\ell)] = \frac{|V_0^+|^2}{2Z_0} (e^{2\alpha\ell} - |\Gamma|^2 e^{-2\alpha\ell}) \\ &= \frac{|V_0^+|^2}{2Z_0} (1 - |\Gamma(\ell)|^2) e^{2\alpha\ell} \end{aligned} \quad (2.92)$$

şeklinde hesaplanır. Burada  $V(-\ell)$  ve  $I(-\ell)$  için (2.89) denklemi kullanılmıştır. Bu durumda yüke verilen güç ise,

$$P_L = \frac{1}{2} \operatorname{Re} [V(0)I^*(0)] = \frac{|V_0^+|^2}{2Z_0} (1 - |\Gamma|^2) \quad (2.93)$$

dir. Bu güçler arasındaki fark iletim hattındaki güç kaybına karşılık gelir. Buna göre,

$$P_{loss} = P_{in} - P_L = \frac{|V_0^+|^2}{2Z_0} \left[ (e^{2\alpha\ell} - 1) + |\Gamma|^2 (1 - e^{-2\alpha\ell}) \right] \quad (2.94)$$

dir. Bu denklemdaki ilk terim gelen dalganın güç kaybını hesaba katarken, ikinci terim yansıyan dalganın güç kaybını hesaba katar. Zayıflama sabiti  $\alpha$  arttıkça her iki terim de artar.

## Zayıflama Hesabı için Perturbasyon Metodu

Şimdi, az kayıplı hattın zayıflama sabitini bulmak için faydalı ve standart bir teknik türeteceğiz. Kayıplı hat alanlarının kayıpsız hattın alanlarından fazlaca farklı olmadığı kabul edilerek (bu yüzden *perturbasyon* terimi kullanılmaktadır), *bu yöntemde iletim hattı parametreleri yerine kayıpsız hattın alanları kullanılır.*

Yansıma yokken, kayıplı iletim hattı boyunca güç akışı,

$$P(z) = P_0 e^{-2\alpha z} \quad (2.95)$$

burada  $P_0$ ,  $z=0$  düzlemindeki güç,  $\alpha$  belirlenecek olan zayıflama sabitidir. Böylece, iletim hattı boyunca birim uzunluk başına güç kaybı,

$$P_\ell = \frac{-\partial P}{\partial z} = 2\alpha P_0 e^{-2\alpha z} = 2\alpha P(z)$$

ile tanımlanır. Burada türevdeki negatif işaret,  $P_\ell$  gücünün pozitif olacak şekilde seçilmiştir. Buna göre, zayıflama sabiti,

$$\alpha = \frac{P_\ell(z)}{2P(z)} = \frac{P_\ell(z=0)}{2P_0} \quad (2.96)$$

şeklinde tanımlanır. Bu denkleme göre,  $\alpha$  zayıflama sabiti iletim hattı üzerindeki  $P_0$  gücü ve hattın birim uzunluğundaki  $P_\ell$  güç kaybından belirlenebilir. Belirtilmelidir ki,  $P_\ell$  güç kaybı, kayıpsız hattın alanlarından hesaplanabilir ve

$$P_{\ell c} = \frac{R_s}{2} \iint_S |\vec{J}_s|^2 ds = \frac{R_s}{2} \iint_S |\vec{H}_t|^2 ds$$

denklemleriyle tanımlanan iletken kaybı ile

$$P_{\ell d} = \frac{\sigma}{2} \iiint_V |\vec{E}|^2 dv + \frac{\omega}{2} \iiint_V (\epsilon'' |\vec{E}|^2 + \mu'' |\vec{H}|^2) dv$$

denklemleriyle tanımlanan dielektrik kaybını hesaba katar. Burada  $\mu''$ ,  $\mu = \mu' - j\mu''$  ile tanımlanır.

\*\*\*\*\*

## ÖRNEK 2.7 Perturbasyon Metoduyla Zayıflama Sabitinin bulunması

Kayıplı dielektrik ve kayıplı iletkenlerden yapılan bir koaksiyel iletim hattının zayıflama sabitini perturbasyon metodu ile bulunuz.

**Çözüm:** Örnek 2.1 ve (2.32) denklemlerinden,  $a < \rho < b$  bölgesinde kayıpsız koaksiyel hattın alanları,

$$\vec{E} = \hat{\rho} \frac{V_0}{\rho \ln(b/a)} e^{-j\beta z}$$

$$\vec{H} = \hat{\phi} \frac{V_0}{2\pi\rho Z_0} e^{-j\beta z}$$

şeklinde yazılabilir. Burada  $Z_0 = (\eta/2\pi) \ln b/a$  koaksiyel hattın karakteristik empedansı ve  $V_0$   $z=0$ 'daki gerilimdir. İlk adım, kayıpsız hat boyunca akan  $P_0$  gücünün bulunmasıdır. Bu güç, devre teorisinden beklendiği gibi,

$$P_0 = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \iint_S \vec{E} \times \vec{H}^* \cdot d\vec{s} = \frac{|V_0|^2}{2Z_0} \int_{\rho=a}^b \int_{\phi=0}^{2\pi} \frac{\rho d\rho d\phi}{2\pi\rho^2 \ln b/a} = \frac{|V_0|^2}{2Z_0}$$

şeklinde bulunur. Birim uzunluktaki  $P_\ell$  güç kaybı, iletken kaybı  $P_{\ell c}$  ve dielektrik kaybı  $P_{\ell d}$  den oluşur.

Hattın birim uzunluğundaki iletken kaybı,

$$\begin{aligned} P_{\ell c} &= \frac{R_s}{2} \iint_S |\vec{H}_t|^2 ds = \frac{R_s}{2} \int_{z=0}^1 \left\{ \int_{\phi=0}^{2\pi} |H_\phi(\rho=a)|^2 a d\phi + \int_{\phi=0}^{2\pi} |H_\phi(\rho=b)|^2 b d\phi \right\} \\ &= \frac{R_s |V_0|^2}{4\pi Z_0^2} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \end{aligned}$$

şeklinde bulunur. Hattın birim uzunluğundaki dielektrik kaybı ise,

$$P_{ld} = \frac{\omega \varepsilon''}{2} \iiint_V |\vec{E}|^2 dv = \frac{\omega \varepsilon''}{2} \int_{\rho=a}^b \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{z=0}^1 |E_\rho|^2 \rho d\rho d\phi dz = \frac{\pi \omega \varepsilon''}{\ln b/a} |V_0|^2$$

olur. Son olarak, (2.96) denklemini uygulanarak,

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{P_{lc} + P_{ld}}{2P_0} = \frac{R_s}{4\pi Z_0} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) + \frac{\pi \omega \varepsilon'' Z_0}{\ln b/a} \\ &= \frac{R_s}{2\eta \ln b/a} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) + \frac{\omega \varepsilon'' \eta}{2} \end{aligned}$$

elde edilir. Burada  $\eta = \sqrt{\mu/\varepsilon'}$  dir. Bu sonuç Örnek 2.6 ile uyumludur.

\*\*\*\*\*

## Wheeler Artan İndüktans Kuralı

TEM veya quasi-TEM iletim hatlarının iletken kayıplarının neden olduğu zayıflamasının pratik hesabı için diğer bir faydalı teknik *Wheeler Artan İndüktans Kuralıdır* [6]. Bu yöntem, (2.17) ve (2.19) ile verilen bir iletim hattının birim uzunluğundaki indüktans ve direnç denklemlerinin benzerliğine dayanır. Başka bir deyişle, bir iletim hattının iletken kaybı iletkenin iç tarafında akan akım yüzünden oluşur. Bu kayıp, iletken yüzeyindeki teğetsel manyetik alanla ve bu yüzden de hattın indüktansı ile ilgilidir.

İyi (fakat mükemmel olmayan) bir iletkenin kesitinde güç kaybı,

$$P_\ell = \frac{R_s}{2} \iint_S |\vec{J}_s|^2 ds = \frac{R_s}{2} \iint_S |\vec{H}_t|^2 ds \quad \text{W/m}^2 \quad (2.97)$$

dir. Böylece uniform bir iletim hattının birim uzunluğundaki güç kaybı,

$$P_\ell = \frac{R_s}{2} \int_C |\vec{H}_t|^2 d\ell \quad \text{W/m} \quad (2.98)$$

ile verilir. Bu denklemdeki integral her iki iletkenin kesit çevreleri üzerinden alınmaktadır. Şimdi, hattın birim uzunluğundaki indüktans, iletkenlerin kayıpsız olduğu kabul edilerek, (2.17) denkleminde,

$$L = \frac{\mu}{|I|^2} \iint_S |\vec{H}|^2 ds \quad (2.99)$$

şeklinde hesaplanır. İletkenler az bir kayba sahip olduklarında, artık iletkendeki  $\vec{H}$  alanı sıfır değildir ve bu alan (2.99) ile verilen indüktansa küçük bir indüktans artışıyla katkıda bulunur. Bilindiği gibi, iletkenin iç tarafında alanlar exponansiyel olarak bozulur ve bu yüzden, iletken boyutuna göre integrasyon,

$$\Delta L = \frac{\mu_0}{|I|^2} \int_C \int_{z=0}^{\infty} |\vec{H}(z=0)|^2 e^{-2\alpha z} dz d\ell = \frac{\mu_0 \delta_s}{2|I|^2} \int_C |\vec{H}_t|^2 d\ell \quad (2.100)$$

olarak hesaplanabilir. Burada,

$$\int_0^{\infty} e^{-2z/\delta_s} dz = \frac{\delta_s}{2}$$

$$\delta_s = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}}$$

dir. Böylece,  $\Delta L$  vasıtasıyla  $P_\ell$  güç kaybı, (2.98)'den,

$$P_\ell = \frac{R_s |I|^2 \Delta L}{\mu_0 \delta_s} = \frac{|I|^2 \Delta L}{\sigma \mu_0 \delta_s^2} = \frac{|I|^2 \omega \Delta L}{2} \quad \text{W/m} \quad (2.101)$$

şeklinde hesaplanır. Burada

$$R_s = \sqrt{\frac{\omega\mu}{2\sigma}} = \frac{1}{\sigma\delta_s}$$

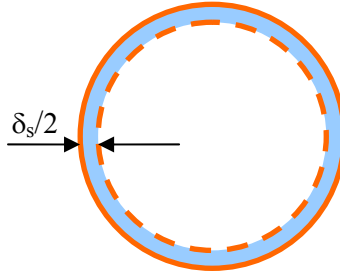
eşitliği kullanılmıştır. Son olarak, hat boyunca akan toplam güç  $P_0$ ,

$$P_0 = \frac{1}{2} |I|^2 Z_0$$

olduğundan, iletken kaybı nedeniyle oluşan zayıflama, (2.96) denkleminde,

$$\alpha_c = \frac{P_\ell}{2P_0} = \frac{|I|^2 \omega \frac{\Delta L}{2}}{2 \left( \frac{1}{2} Z_0 |I|^2 \right)} = \frac{\omega \Delta L}{2Z_0} \quad (2.102)$$

olarak hesaplanabilir. Bu denklemdeki  $\Delta L$ , bütün iletken duvarlar  $\delta_s/2$  miktarı (bu miktar aşağıda gösterilmiştir) kadar geriye çekildiğinde, indüktanstaki değişim olarak hesaplanır.



Şekil.ek  $\delta_s/2$ 'nin gösterimi

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{L}{\sqrt{LC}} = Lv_p \quad (2.103)$$

şeklinde yazılabileceğinden, (2.102) denklemi karakteristik empedanstaki değişim vasıtasıyla da yazılabilir. Bu durumda, eğer  $v_p$  faz hızı sabit ise,  $\Delta Z_0 = \Delta Lv_p$  olacağından,

$$\alpha_c = \frac{\beta \Delta Z_0}{2Z_0} \quad (2.104)$$

olur. Burada  $\Delta Z_0$ , bütün iletken duvarlar  $\delta_s / 2$  kadar geriye çekildiğinde, karakteristik empedanstaki değişimdir.  $Z_0$  için Taylor seri açılımının ilk iki terimi kullanılarak, artan indüktans kuralının değişik bir formu da elde edilebilir. Böylece,

$$Z_0 \left( \frac{\delta_s}{2} \right) = Z_0 + \frac{\delta_s}{2} \frac{dZ_0}{d\ell} \quad (2.105)$$

ve bu yüzden,

$$\Delta Z_0 = Z_0 \left( \frac{\delta_s}{2} \right) - Z_0 = \frac{\delta_s}{2} \frac{dZ_0}{d\ell}$$

olur. Burada  $Z_0(\delta_s/2)$  terimi, iletken duvarlar  $\delta_s / 2$  (aşağıda gösterilmektedir) kadar geriye çekildiği durumda hattın karakteristik empedansını ve  $\ell$ , iletkenlere uzaklığı belirtmektedir. Böylece (2.104) denklemi,

$$\alpha_c = \frac{\beta \delta_s}{4Z_0} \frac{dZ_0}{d\ell} = \frac{R_s}{2Z_0 \eta} \frac{dZ_0}{d\ell} \quad (2.106)$$

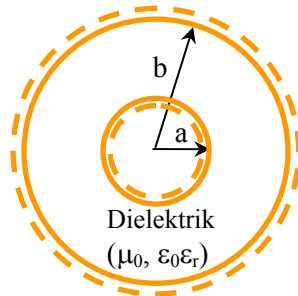
şeklinde yazılabilir. Burada  $\eta = \sqrt{\mu_0 / \epsilon}$  dielektrik ortamın öz empedansı,  $R_s$  iletkenin yüzey direncidir. Genellikle pek çok iletim hattının karakteristik empedansı bilindiğinden, (2.106) denklemi artan indüktans kuralının en pratik şekillerinden birisidir.

\*\*\*\*\*

### ÖRNEK 2.8 Wheeler Artan İndüktans Kuralını kullanarak Zayıflama Sabitinin Hesabı

Artan indüktans kuralını kullanarak, bir koaksiyel hattın iletken kaybı nedeniyle oluşan zayıflamasını hesaplayınız.

**Çözüm:** Koaksiyel hattın karakteristik empedansı, (2.32) denkleminde,



$$Z_0 = \frac{\eta}{2\pi} \ln(b/a)$$

dir. (2.106)'daki artan indüktans kuralını kullanarak, iletken kaybı yüzünden oluşan zayıflama,

$$\alpha_c = \frac{R_s}{2Z_0\eta} \frac{dZ_0}{d\ell} = \frac{R_s}{4\pi Z_0} \left[ \frac{d \ln b/a}{db} - \frac{d \ln b/a}{da} \right] = \frac{R_s}{4\pi Z_0} \left[ \frac{1}{b} + \frac{1}{a} \right]$$

şeklinde hesaplanır. Görüldüğü gibi, bu sonuç Örnek 2.7'nin sonuçları ile uyumludur. Yukarıdaki denklemde ikinci türevdeki negatif işaretin nedeni, iç iletken için türevin  $-\rho$  yönünde (geri çekilen duvar) olmasıdır.

\*\*\*\*\*

Zayıflamanın nasıl hesaplandığına bakmadan, pratik iletim hatlarının ölçülen zayıflama sabitleri genellikle daha yüksektir. Bunun temel nedeni şudur: gerçek iletim hatları biraz pürüzlü metalik yüzeylere sahiptir. Bu tür yüzeyler kaybı artırır. Halbuki; teorik hesaplamalarda iletken yüzeylerinin mükemmel düzgünlükte olduğunu kabul ediyoruz. Herhangi bir iletim hattının yüzey pürüzlülüğünü düzeltmek için kullanılabilecek yarı ampirik bir denklem [7],

$$\alpha'_c = \alpha_c \left[ 1 + \frac{2}{\pi} \tan^{-1} 1/4 \left( \frac{\Delta}{\delta_s} \right)^2 \right] \quad (2.107)$$

şeklinde dir. Burada  $\alpha_c$  mükemmel düzgün iletkenlerin zayıflaması,  $\alpha'_c$  yüzey pürüzlülüğü nedeniyle düzeltilmiş zayıflama,  $\Delta$  rms yüzey pürüzlülüğü ve  $\delta_s$  iletkenlerin deri kalınlığıdır.

\*\*\*\*\*

## REFERANS

David M. Pozar, *Microwave Engineering*, John Wiley&Sons, Inc., 2nd Ed., NY, 1998, pp.59-65, 90-98

\*\*\*\*\*

## REFERANSLAR

- [1] S. Ramo, J.R. Whinnery, and T. Van Duzer, *Fields and Waves in Communication Electronics*, Third Edition, John Wiley&Sons, N.Y., 1994.
- [2] J.A. Stratton, *Electromagnetics Theory*, McGraw-Hill, N.Y., 1941ç
- [3] H.A. Wheeler, "Reflection Charts Relating to Impedance Matching," *IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-32, pp.1008-1021, Sep. 1984.
- [4] P.H. Smith, "Transmission Line Calculator," *Electronics*, vol. 12, no.1, pp.29-31, Jan. 1939.
- [5] P.J. Nahin, *Oliver Heaviside: Sage in Solitude*, IEEE Press, N.Y., 1988.
- [6] H. A. Wheeler, "Formulas for the Skin Effect," *Proc. IRE*, vol.30, pp.412-424, Sep. 1942.
- [7] T.C. Edwards, *Foundations for Microstrip Circuit Design*, John Wiley&Sons, N.Y., 1987.